NUEVOS MÉTODOS DIDÁCTICOS PARA APRENDER A ENSEÑAR GEOMETRÍA EN EDUCACIÓN PRIMARIA. UNA EXPERIENCIA DE INNOVACIÓN (CIDUA 116)

José Luis González Marí. gmari@uma.es
Antonio Luís Ortiz Villarejo. alortiz@uma.es
Esteban Sanz Jiménez. esanz@uma.es
Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad de Málaga

Resúmen
En el marco de las experiencias piloto de implantación del Sistema Europeo de Créditos se ha desarrollado una experiencia de innovación docente[1] basada en la aplicación de agrupamientos flexibles, el uso de las actividades guiadas en talleres y el apoyo de las TIC,s para impartir las enseñanzas correspondientes al bloque específico de Geometría Elemental y su Didáctica de la asignatura Matemáticas y su Didáctica del Plan de Estudios de Maestro de Educación Primaria. Con la experiencia se ha conseguido mejorar el rendimiento formativo profesional de los futuros maestros en los aspectos concretos analizados y sentar las bases para un proceso de cambio metodológico general en la asignatura.

Palabras clave: Innovación, Formación de Maestros, Educación Primaria, TIC, Educación Matemática

Objetivos
En el informe CIDUA , sobre la renovación de la docencia en las Universidades Andaluzas, así como en un informe más reciente del MEC[2] se detecta, entre otros aspectos, la necesidad de un cambio metodológico en la Educación Universitaria orientado a la mejora de la calidad del proceso formativo. En dichos informes se proponen, entre otros, modelos de actuación basados en la distribución del alumnado en grupos asequibles y menos masificados y en medidas dirigidas a la mejora sustancial del aprendizaje a través de la diversificación o pluralidad de las metodologías de enseñanza.
El elevado número de alumnos y unas prácticas metodológicas manifiestamente mejorables en los estudios de Magisterio vienen aconsejando, cada vez con más fuerza, una modificación urgente del tamaño de los grupos, una mayor atención a la flexibilidad y diversidad de las actividades y un cambio profundo en la metodología de enseñanza; modificaciones que resultan imprescindibles para que el futuro maestro termine sus estudios con una formación completa y adecuada para el desarrollo de una labor profesional cada vez más compleja y comprometida.
Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores se ha desarrollado un proyecto de innovación en la acción con la pretensión fundamental de mejorar el rendimiento y la calidad de la formación profesional de los futuros maestros en los aspectos concretos analizados y sentar las bases para un proceso de cambio metodológico general en la asignatura completa. En particular, se han dirigido los esfuerzos hacia la consecución de los siguientes objetivos:

A. Comprobar en la práctica la viabilidad, necesidad y efectividad de una metodología didáctica diversificada basada en cuatro tipos de agrupamientos y de tareas y adaptada a las necesidades del desarrollo de la asignatura y a los distintos aspectos del proceso de formación.

---

[1] Proyecto CIDUA 116, modalidad 1: "Proyecto de Innovación Docente en el Marco de las experiencias piloto de implantación del Sistema Europeo de Créditos (ECTS)". Titulación de Maestro de Educación Primaria. Universidad de Málaga.
[2] Propuestas para la renovación de las metodologías educativas en la Universidad. MEC. 2006

B. Optimizar los resultados específicos del proceso de formación en términos del dominio y comprensión de las nociones geométricas elementales necesarias para enseñar matemáticas en Educación Primaria así como en lo que se refiere a la formación profesional adecuada para realizar de manera efectiva dicha labor docente, para lo que se ha procurado que el alumno futuro maestro:

- Adquiera conocimientos y destrezas geométricas básicas de tipo instrumental.
- Realice construcciones geométricas de figuras así como de sus elementos notables y experimente con las mismas.
- Detecte, descubra y obtenga regularidades geométricas, reflexione sobre ellas y realice generalizaciones de carácter geométrico.
- Formule y ejemplifique propiedades y teoremas, elabore conjeturas y compruebe experimentalmente su plausibilidad.
- Reflexione sobre la utilización de Cabri, el material didáctico manipulativo para el bloque de geometría y las herramientas clásicas de dibujo como instrumentos didácticos fundamentales en el aula de Primaria.
- Desarrolle las destrezas necesarias para adquirir las competencias profesionales básicas para enseñar geometría.
- Desarrolle actitudes positivas hacia la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y valore la importancia de la Educación Matemática y de la adquisición por parte de los alumnos de las competencias básicas y matemáticas específicas.

C. Mejorar el diseño y la labor docente y formativa de la asignatura desde el punto de vista de sus profesores mediante:

- Tareas adecuadas a cada situación y tipo de agrupamiento.
- Una dinámica metodológica que fomente y perfeccione la colaboración entre los profesores de la asignatura.
- Nuevos procedimientos y ocasiones para obtener informaciones diversas y más completas para la conformación de un proceso de evaluación más objetiva y ajustada a la realidad.
- Un proceso didáctico que contribuya a un conocimiento más profundo de la complejidad de la formación de maestros en Educación Matemática.

D. Mejorar el proceso didáctico general de la asignatura en los siguientes aspectos:

- Mejorando el rendimiento general del alumnado.
- Mejorando la atención al alumnado.
- Favoreciendo la participación activa del alumnado.
- Utilizando medios y recursos diversos
- Facilitando la comunicación y colaboración entre alumnos y entre alumnos y profesores.

<u>Descripción de la experiencia</u>

La innovación realizada se ha centrado en la distribución del alumnado en grupos asequibles y menos masificados y en medidas orientadas a la mejora sustancial del aprendizaje a través de la diversificación o pluralidad de las metodologías de enseñanza. En concreto, se han realizado actuaciones que han incidido sobre los siguientes aspectos:

- Organización en agrupamientos diversos (gran grupo o grupo básico, grupo mediano o de tamaño medio, grupo pequeño, trabajo individual y prácticum),
- Trabajo cooperativo entre el alumnado
- Estrategias metacognitivas (búsqueda, selección y comprensión de la información, fomento del juicio crítico, etc.).
- Tutorías (grupales e individuales).

- Experiencias educativas virtuales.
- Formas alternativas de evaluación.
- Elaboración de recursos didácticos que faciliten el aprendizaje autónomo.
- Diseño y adecuación de espacios que favorezcan el aprendizaje autónomo y cooperativo.

Las actividades realizadas han tenido lugar durante el desarrollo del bloque temático Geometría y su Didáctica correspondiente al último trimestre del curso académico 2006/2007. Dichas actividades han sido dirigidas al grupo completo o básico (Gran Grupo), formado por 120 alumnos, a otros agrupamientos (Grupos Medianos, con un tamaño aproximado de 40 alumnos, y Grupos Pequeños (entre 4 y 6 alumnos)) y a cada uno de los alumnos a nivel individual. Veamos una breve descripción de las actividades realizadas en cada uno de los tipos de agrupamiento citados.

GRAN GRUPO (15% del total del tiempo dedicado a la experiencia)

El grupo completo ha asistido a cuatro sesiones presenciales, una primera para iniciar el trabajo y las tres restantes al finalizar el período de docencia asignado al bloque temático. La finalidad, el contenido y las actividades realizadas en cada una de ellas, son las siguientes:

- Primera sesión. Para iniciar el período se tratan el objeto y las características del desarrollo de la experiencia, algunos aspectos introductorios y organizativos y se procede a la formación de los grupos medianos y los grupos pequeños.
- Segunda, tercera y cuarta sesiones. Se tratan los siguientes contenidos generales del tema objeto de la experiencia:
  - Teorías de aprendizaje geométrico: Niveles de Van Hiele.
  - Orientaciones didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría elemental.

A partir de la primera sesión se llevaron a cabo actividades en agrupamientos más pequeños, para lo que se dividió el grupo completo en tres Grupos Medianos A, B y C. De estos grupos se formaron posteriormente los grupos pequeños.

GRUPOS MEDIANOS (40% del total del tiempo)

En cada uno de estos grupos se ha implementado un proceso didáctico combinado y simultáneo orientado a los siguientes aspectos experimentales y constructivos propios del bloque de conocimientos en estudio:

- el entorno de trabajo “Cabri”,
- el material manipulativo para Geometría Elemental
- las herramientas clásicas de dibujo (reglas y compás).

Estos procesos didácticos, que se han desarrollado bajo la categoría de Talleres, han sido los siguientes:

- Taller de construcciones con regla y compás
- Taller de construcciones con Cabri
- Taller de Geometría plana en geoplanos y mallas
- Taller de Geometría espacial: Poliedros y Cuerpos Redondos.

Los talleres se han llevado a cabo de acuerdo con un esquema rotatorio, de manera que todos los grupos medianos han participado en todos ellos. El desarrollo práctico ha requerido de la participación de los tres profesores de la asignatura autores de la presenta comunicación y se ha llevado a cabo a partir de guías teóricas y prácticas analizadas en cada uno de los GRUPOS DE

TAMAÑO MEDIO y que han servido de base para el desarrollo del trabajo en los GRUPOS PEQUEÑOS (25%) así como en la actividad INDIVIDUAL (20%).

Se han empleado recursos manipulativos (material constructivo como: regla, compás, escuadra y cartabón; material didáctico como el polidrón, las tramas isométricas, los poliminós y policubos, poliedros, tangram chino o el Geoplano) y recursos virtuales como: Programa CAR (Regla y Compás), Programa CABRI, Plataforma Moodle para tutorías, tareas, foros y otras actividades on-line así como con las tutorías presenciales en el Departamento.
En cuanto a la metodología, el trabajo se ha realizado mediante la acción guiada y la participación directa del alumno (metodología activa y participativa) de acuerdo con el siguiente procedimiento:

- Breve introducción y explicación de objetivos y contenidos del taller;
- Entrega de documentos – guía con inclusión de explicaciones y actividades y desarrollo de las mismas de acuerdo con las guías entregadas.

Contenido de los talleres

Taller 1: "Construcciones con regla y compás"

1.- Se presenta una figura compuesta para que la dibujen, describiendo el proceso seguido para construirla .
2.- Dada una colección de cuadriláteros, se les pide que dibujen sus diagonales, para obtener propiedades de éstas, y así caracterizar los cuadriláteros por sus diagonales.
3.- Como ejercicio se propone la determinación de los distintos tipos de cuadriláteros con diagonales de distinta longitud y no perpendiculares.
4.- Construcciones elementales, perpendicular, mediatriz, ángulo igual a uno dado,….
5.- Dada una figura se propone que construyan una figura semejante a la dada, con sus lados de longitud doble. Análogamente con sus lados de longitud mitad.
6.- Construcción de un rombo, dada la longitud del lado y uno de sus ángulos.
7.- Construcción de una cometa, dados sus dos lados así como un ángulo de los desiguales.

Taller 2: Actividades con software de Geometría Dinámica "Car" y "Cabri".

I. Primer día. Presentación del Programa Car.
Actividades de construcción:

1. Construir un cuadrado a partir de un lado.
2. Construir un rectángulo a partir de sus dos lados.

II. Segundo día. Actividades de construcción:

3. Construir un cuadrado a partir de la longitud de una diagonal.
4. Construir un rectángulo a partir de una diagonal y el ángulo que forma esta diagonal con uno de los lados contiguos.
5. Construcción de un rombo a partir de un lado y uno de los ángulos del rombo.
6. Construcción de un rombo a partir de una de sus diagonales y uno de los ángulos del mismo.
7. Construcción de un rombo a partir de las dos diagonales del mismo.
8. Construcción de una cometa cualquiera.
9. Construcción de una cometa a partir de los dos lados diferentes y uno de sus ángulos.

III. Tercer día. Presentación del Programa Cabri. Actividades:

10. Construir un triángulo dado un lado y dos ángulos del mismo.
11. Construir un triángulo dados dos lados y el ángulo comprendidos entre ambos.

IV. Continuación de actividades con CaR propuestas en la plataforma Moodle.

Taller 3: Construcciones geométricas con geoplanos y mallas o tramas isométricas.

I. Actividades con triángulos.

1. En la malla de 3x3 construye todos los triángulos posibles.
2. De los triángulos anteriores dibuja los que consideres distintos:
3. Clasifica los triángulos obtenidos atendiendo a la longitud de sus lados y a la amplitud de sus ángulos calculando el área sin emplear la fórmula.

II. Actividades con polígonos.

4. En una malla 4x4, construir polígonos de 3, 4, 5,.... lados.
5. Calcular el perímetro y el área de diversas figuras planas.
6. Construir polígonos diferentes con la misma área.
7. Construir polígonos diferentes con el mismo perímetro.
8. Construir cuadriláteros distintos en la malla 3x3 clasificándolos según distintos criterios.
9. Representar en la malla 4x4 polígonos distintos indicando en cada caso el número de puntos que se encuentran en el interior y en los lados. Calcular el área de cada uno de ellos.
10. Encontrar una relación entre las magnitudes: área del polígono, puntos de la malla por los que pasan los lados del polígono y puntos de la malla interiores al polígono.
11. Utilizando la formula obtenida, calcula el área de distintas figuras.

Taller 4: Poliedros y Cuerpos de Revolución.

El taller se ha desarrollado tomando como base dos documentos entregados en clase en soporte papel a cada alumno asistente e incluídos en la página de la asignatura en la plataforma Moodle:

- documento de teoría
- documento de actividades

El documento de teoría incluye los aspectos fundamentales del tema en versión extendida así como orientaciones necesarias para la realización de algunas actividades del documento de actividades. La información de este documento cumple una finalidad múltiple:

- servir como información básica sobre el tema para su consulta durante el desarrollo de los estudios universitarios y en las futuras tareas profesionales,
- actuar como soporte o ayuda para la realización de las actividades del cuaderno o documento de actividades,
- proporcionar información completa y / o formal sobre cuestiones suscitadas en el documento de actividades.

El documento de actividades consiste en una relación extensa y diversa de tareas relacionadas con los poliedros y los cuerpos de revolución, abarcando situaciones relacionadas con los siguientes apartados:

1. Aspectos generales sobre poliedros
   a. Relación de Euler
   b. Construcción con material didáctico
   c. Poliminós y desarrollo de poliedros
   d. Áreas laterales
   e. Diagramas topológicos
2. Poliedros duales
3. Prismas y antiprismas
4. Pirámides
5. Volúmenes
6. Cuerpos redondos y de revolución

7. Otras actividades y direcciones web de interés

Además de los documentos-guía mencionados, se utilizaron diversos materiales didácticos manipulativos para la realización de las actividades.

Resultados y Conclusiones

Se expone a continuación un resumen de los principales resultados y conclusiones de la experiencia agrupados bajo los mismos epígrafes que figuran en la Memoria del Proyecto.

c.1. Incidencia en los resultados académicos (tasa de éxito)

No se dispone de referencias objetivas con las que comparar de manera fiable los resultados obtenidos en esta experiencia, entre otras cosas por las características de la muestra y de las actividades realizadas. No obstante, sin pretender ser rigurosos en este extremo, la comparación global con los rendimientos obtenidos por grupos de alumnos similares en cursos anteriores y en los mismos temas arroja buenos resultados con ciertas diferencias que son apreciables pero que no han sido cuantificadas. Los temas propuestos y trabajados, las cuestiones planteadas, la asistencia a tutorías, las preguntas realizadas por los alumnos y la ejecución de tareas y resolución de problemas tanto real como virtualmente, dejan constancia de una mejora sustancial en los resultados académicos. Los conocimientos geométricos elementales alcanzados en esta experiencia han sido superiores, tanto en calidad como en cantidad, a los de cursos anteriores.

En cuanto a otros datos objetivos (notas, etc.) debemos indicar que la tasa de aprobados en el 2º cuatrimestre ha sido del 74,13%, resultado que es significativamente superior a la tasa del primer cuatrimestre, que fue del 62,9%. Del mismo modo, la nota media global del primer cuatrimestre, es decir, teniendo en cuenta a todos los alumnos matriculados, ha sido 5,22, frente a 5,64 del segundo; si, por el contrario, sólo tenemos en cuenta el número de alumnos presentados a exámen, dicha media ha pasado de 6,58 (primer cuatrimestre) a 6,82 en el segundo.

c.2. Grado de satisfacción de los Profesores participantes

Las actividades realizadas han sido altamente satisfactorias, si bien el sistema de trabajo, la metodología, la evaluación y los tipos de agrupamientos se pueden y deben mejorar en el futuro. El procedimiento seguido para la división en grupos, el sistema rotatorio empleado para el desarrollo de las actividades y los talleres, la participación coordinada de varios profesores de la especialidad, etc., son elementos cuyo uso se debe extender a otras partes de la asignatura y a otras asignaturas de similares características.

c.3. Grado de satisfacción de los Alumnos

El grado de satisfacción de los alumnos ha sido notable, habida cuenta de las respuestas que han dado a una encuesta realizada sobre la parte específica de la experiencia (3º trimestre) y sobre el total de la asignatura[3].

Otras conclusiones

- Se han introducido actividades, experiencias y metodologías diversas en el proceso didáctico que, por su propia naturaleza, son incompatibles con la enseñanza en grupos numerosos y necesarias para una formación de calidad de los futuros

[3] La encuesta y el análisis de los resultados se puede consultar en los anexos 1 y 2, respectivamente, de la Memoria del Proyecto.

maestros. Las mejoras constatadas inciden, evidentemente, en la necesidad, expresada con anterioridad en numerosas ocasiones por el profesorado de la asignatura, de disminuir el número de alumnos por grupo.

- Al participar en los distintos tipos de actividades (gran grupo, grupo mediano, grupo pequeño e individual) con tareas adecuadas a cada uno de ellos, cada alumno adquiere una experiencia metodológica diversificada que podrá trasladar a su futura labor docente.

- Se ha mejorado notablemente la atención individualizada a los alumnos debido al trabajo en grupos reducidos bajo la supervisión y colaboración de los profesores de la asignatura.

- La diversificación de las actividades en grupos de distinto tamaño ha preparado a los futuros maestros, mejor que mediante otros procedimientos, para la colaboración con otros compañeros, el debate y la elaboración conjunta de tareas. Se trata de competencias y destrezas profesionales que se desarrollan al mismo tiempo que se trabajan los contenidos propios de la disciplina.

- La participación de varios profesores del Área de Didáctica de la Matemática ha permitido a los alumnos apreciar las diferencias en matices y enfoques, valorar la relatividad de las actuaciones docentes y adoptar a su vez planteamientos personales surgidos de dicha confrontación.

- El profesorado de la asignatura ha mejorado su conocimiento y percepción de los problemas individuales de aprendizaje de los alumnos, acometiendo las modificaciones curriculares oportunas.

- La división en cuatro tipos de agrupamientos-participación-tipo de actividad ha proporcionado una riqueza de información inestimable para la evaluación de la Unidad tratada así como de la asignatura. La mejora apunta en el sentido de una mayor objetividad y rigor así como de una mayor seguridad al valorar la consecución de los objetivos de la asignatura.

- La flexibilidad de los distintos tipos de grupos y metodologías es, por sí sola, un elemento clave de la innovación, en la medida en que se rompe la monotonía tradicional y se hace patente la pluralidad de ocasiones, métodos y responsabilidades formativas.

- Simultáneamente a la diversificación metodológica y de agrupamientos, los alumnos han trabajado virtualmente con la plataforma Moodle, sobre todo en lo concerniente a las actividades y experiencias a nivel individual y de pequeño grupo, lo que ha añadido interés al proyecto y a las actividades realizadas.

Bibliografía

ALSINA CATALÁ C, BURGÉS FLAMARICH CARME Y FORTUNY J.M.(1.987). Invitación a la didáctica de la geometría. Madrid: Síntesis

ARRIERO VILLACORTA, CARMEN.(2.000). Descubrir la geometría del entorno con Cabri. Madrid: Narcea.

CARRILLO DE ALBORNOZ TORRES, AGUSTÍN. LLAMAS CENTENO INMACULADA.(1.988). Cabri géomètre II para Windows (Archivo de ordenador): construcción y lugares geométricos. Madrid : RA-Ma

CIDUA (2005). Informe sobre innovación de la docencia en las Universidades Andaluzas.
MEC (2006). Propuesta para la renovación de las metodologías educativas en la Universidad. Madrid. Mec.
MORA SÁNCHEZ, JOSE ANTONIO.(1.999) Matemáticas con Cabri II. Granada: Proyecto Sur de Ediciones.
REY PASTOR Y J. BABINI.(1.985). Historia de la Matemática. Barcelona: Gedisa.