RSME-SMM-2012 17-20 ene 2012, Torremolinos

S02. Análisis Funcional y Teoría de Operadores. SALA M1

Coordinada por: **José Bonet**, U. Politécnica Valencia; **José Galé**, U. Zaragoza; **Vladislav Kravchenko**, CINVESTAV.

PROGRAMA

mar17 18:00-18:35 →DOMINGO GARCÍA, U. Valencia
El Teorema de Bishop-Phelps-Bollobás.

mar17 18:40-19:15 →JOSÉ BONET, U. Politécnica de Valencia
Dinámica de operadores de composición en espacios de funciones real analíticas.

mar17 19:20-19:55 →VLADISLAV KRAVCHENKO, CINVESTAV, Querétaro
Operadores de transmutación, sistemas de integrales recursivas y problemas espectrales relacionados con la ecuación de Sturm-Liouville.

mar17 20:00-20:35 →HARET ROSU, IPICyT, San Luis Potosí
Cálculo del determinante de Hill a través de las series de potencias en el parámetro espectral.

mié18 11:30-12:05 →RAFAEL DEL RIO, UNAM, Ciudad de México
Problemas inversos para operadores de Jacobi.

mié18 12:10-12:45 →SERGII TORBA, CINVESTAV, Querétaro
Operadores de transmutación y la transformación de Darboux.

mié18 12:50-13:25 →JOSÉ GALÉ, U. Zaragoza
Caracterización de potencias fraccionarias de un operador vía un problema de extensión.

mié18 13:30-14:05 →ARMANDO VILLENA, U. Granada
Operadores que casi preservan el espectro.

RESÚMENES

Ponente: DOMINGO GARCÍA U. Valencia
Título: *El Teorema de Bishop-Phelps-Bollobás*
Hora: (M1) mar17 18:00-18:35

Resumen: Caracterizamos los espacios de Banach Y para los cuales se satisface el Teorema de Bishop-Phelps-Bollobás para operadores definidos de ℓ_1 en Y. Como consecuencia, obtenemos que este teorema se cumple para varias clases de espacios en el rango como, por ejemplo, los de dimensión finita, los $L_1(\mu)$ para una medida σ-finita μ o para los $C(K)$ cuando K es un compacto de Hausdorff. También estudiamos el caso bilineal y caracterizamos los espacios de Banach Y para los cuales se satisface el Teorema de Bishop-Phelps-Bollobás para formas bilineales definidas sobre $\ell_1 \times Y$.

El material de esta charla está basado en investigaciones conjuntas con M.D. Acosta, R.M. Aron, J. Becerra, Y.S. Choi y M. Maestre.

Domingo.Garcia@uv.es

Ponente: JOSÉ BONET U. Politécnica de Valencia
Título: *Dinámica de operadores de composición en espacios de funciones real analíticas*
Hora: (M1) mar17 18:40-19:15

Resumen: La charla está basada en trabajo conjunto con Pawel Domański.

Estudiamos el comportamiento dinámico de los operadores de composición C_φ definidos en espacios $A(\Omega)$ de funciones real analíticas en un abierto Ω de $\mathbb{R}^d$; φ una función real analítica de Ω en sí mismo. Caracterizamos cuando estos operadores son acotados en potencia (o sea, cuando las órbitas de todos los elementos son acotadas) y cuando son topológicamente transitivos (o sea cuando para cada par de abiertos no vacíos hay una órbita que los intersecta a los dos). Además, bajo ciertas hipótesis no muy restrictivas, estudiamos cuando es el operador sucesionalmente hipercíclico (o sea, cuando hay una órbita sucesionalmente densa). Si φ manda un entorno conexo complejo U de $\mathbb{R}$, $U \neq \mathbb{C}$, en sí mismo, entonces ser topológicamente transitivo, sucesionalmente hipercíclico e hipercíclico son equivalentes para $C_\varphi : A(\mathbb{R}) \to A(\mathbb{R})$.

jbonet@mat.upv.es

Ponente: VLADISLAV KRAVCHENKO CINVESTAV, Querétaro

Título: *Operadores de transmutación, sistemas de integrales recursivas y problemas espectrales relacionados con la ecuación de Sturm-Liouville*

Hora: (M1) mar17 19:20-19:55

Resumen: Se considera un sistema de funciones el cual se obtiene mediante la integración recursiva [7, 8] y surge en el método SPPS (spectral parameter power series) (vea, por ejemplo, [4–6, 9]) para la solución de problemas relacionados con la ecuación de Sturm-Liouville. Se demuestra [3] que el sistema de las integrales recursivas es el resultado de aplicación de un operador de transmutación (vea, por ejemplo, [1, 2, 10, 11]) al sistema de potencias de la variable independiente y es completo tanto en el espacio $L_2(a,b)$ [7] como también en el espacio de funciones continuamente diferenciables a trozos [8]. Se consideran las aplicaciones de esos resultados en la solución práctica de problemas espectrales y en el estudio de ecuaciones en derivadas parciales.

[1] H. Begehr and R.P. Gilbert, *Transformations, transmutations, and kernel functions. Vol. 1*, Pitman Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics, vol. 58, Longman Scientific & Technical, Harlow, 1992. MR1202881 (94g:35002)

[2] ———, *Transformations, transmutations, and kernel functions. Vol. 2*, Pitman Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics, vol. 59, Longman Scientific & Technical, Harlow, 1993. MR1242553 (95b:35001)

[3] H. Campos, V.V. Kravchenko, and S. Torba, *Transmutations, L-bases and complete families of solutions of the stationary Schrödinger equation in the plane*, submitted, available at arXiv:1109.5933.

[4] R. Castillo-Pérez, V.V. Kravchenko, H. Oviedo, and V.S. Rabinovich, *Dispersion equation and eigenvalues for quantum wells using spectral parameter power series*, J. Math. Phys. **52**, no. 4, 10 pp.

[5] V.V. Kravchenko, *A representation for solutions of the Sturm-Liouville equation*, Complex Var. Elliptic Equ. **53** (2008), no. 8, 775–789, DOI 10.1080/17476930802102894. MR2436253 (2009e:30095)

[6] ———, *Applied pseudoanalytic function theory*, Frontiers in Mathematics, Birkhäuser Verlag, Basel, 2009. With a foreword by Wolfgang Sproessig. MR2510077 (2010j:30097)

[7] ———, *On the completeness of systems of recursive integrals*, Commun. Math. Anal. **Conference 3** (2011), 172–176. MR2772060 (2012b:42012)

[8] V.V. Kravchenko, S. Morelos, and S. Tremblay, *Complete systems of recursive integrals and Taylor series for solutions of Sturm-Liouville equations*, To appear.

[9] V.V. Kravchenko and R.M. Porter, *Spectral parameter power series for Sturm-Liouville problems*, Math. Methods Appl. Sci. **33** (2010), no. 4, 459–468. MR2641623 (2011b:65118)

[10] B.M. Levitan, *Inverse Sturm-Liouville problems*, VSP, Zeist, 1987. Translated from the Russian by O. Efimov. MR933088 (89b:34001)

[11] V.A. Marchenko, *Sturm-Liouville operators and applications*, Operator Theory: Advances and Applications, vol. 22, Birkhäuser Verlag, Basel, 1986. Translated from the Russian by A. Iacob. MR897106 (88f:34034)

vkravchenko@math.cinvestav.edu.mx

Ponente: HARET ROSU IPICyT, San Luis Potosí

Título: *Cálculo del determinante de Hill a través de las series de potencias en el parámetro espectral*

Hora: (M1) mar17 20:00-20:35

Resumen: En la literatura existen varios procedimientos para calcular la función espectral oscilatoria conocida como el discriminante de Hill, $\Delta(\lambda)$, de un problema de tipo Sturm-Liouville

$$L\left[f(x,\lambda)\right] = -(p(x)f'(x,\lambda))' + q(x)f(x,\lambda) = \lambda f(x,\lambda) \tag{1}$$

con coeficientes T-periódicos $p(x)$ y $q(x)$ y parámetro espectral real λ. Esta función espectral se puede construir de dos soluciones lineal independientes formando un sistema fundamental, es decir de Wronskiano en el origen igual a la unidad, en la forma $\Delta(\lambda) = f_1(T,\lambda) + f_2'(T,\lambda)$ determinando de manera completa el espectro del problema Sturm-Liouville al cual esta asociada.

Con base en la representación de series en potencias del parámetro espectral del sistema fundamental [2], aquí revisamos brevemente, incluyendo algunas aplicaciones, una expresión simple y eficiente del discriminante de Hill que obtuvimos en 2010 [1].

Trabajo conjunto con K.V. Khmelnytskaya (khmel@uaq.mx). El ponente agradece a la SMM por el financiamiento parcial que le permitió participar en el evento.

[1] K.V. Khmelnytskaya and H.C. Rosu, *Spectral parameter power series representation for Hill's discriminant*, Annals of Physics **325** (2010), 2512-2521.

[2] V.V. Kravchenko, *A representation for solutions of the Sturm-Liouville equation*, Complex Variables and Elliptic Equations **53** (2008), 775-789.

hcr@ipicyt.edu.mx

Ponente: RAFAEL DEL RIO UNAM, Ciudad de México

Título: *Problemas inversos para operadores de Jacobi*

Hora: (M1) mié18 11:30-12:05

Resumen: Consideramos un sistema de masas unidas por resortes y una modificación de este sistema obtenida al cambiar una masa y un resorte. Estos sistemas son modelados por operadores de Jacobi, que son operadores lineales en espacios de Hilbert, asociados con matrices tridiagonales finitas o infinitas dependiendo del numero de masas y resortes. El problema es : dadas las frecuencias naturales de vibración del sistema original y del modificado, reconstruir las masas y los resortes de estos sistemas. En términos matemáticos se trata de estudiar la reconstrucción de un operador de Jacobi y del correspondiente operador perturbado a partir de sus valores propios. En la plática hablaré de trabajo en colaboración con Luis Silva y Mikhail Kudryavtsev sobre este problema.

delriomagia@gmail.com

Ponente: SERGII TORBA CINVESTAV, Querétaro

Título: *Operadores de transmutación y la transformación de Darboux*

Hora: (M1) mié18 12:10-12:45

Resumen: La plática se basa en [1, 2], donde se consideran los operadores $A=-\frac{d^2}{dx^2}+q(x)$ y $B=-\frac{d^2}{dx^2}$ en $C^2[-a,a]$ donde q es una función continua, complejo-valuada. Un operador lineal invertible T definido en el conjunto $C^2[-a,a]$ se llama (ver el [3]) un *operador de transmutación* para el par de operadores A y B si ambos operadores T y T^{-1} son continuos y la siguiente igualdad es válida

$$AT = TB.$$

Partiendo de la construcción de operador de transmutación T con el núcleo integral K presentada en [3] y [4], se introduce una familia parametrizada de los operadores T_h definidos como operadores integrales de Volterra

$$T_h u(x) = u(x) + \int_{-x}^{x} K(x,t;h)u(t)\,dt$$

donde

$$K(x,t;h) = \frac{h}{2} + K(x,t) + \frac{h}{2}\int_t^x \big(K(x,s) - K(x,-s)\big)\,ds.$$

Se demuestra que los operadores T_h son realmente las transmutaciones, que los núcleos $K(x,t;h)$ son soluciones únicas de los problemas de Goursat

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - q(x)\right)K(x,t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}K(x,t), \qquad K(x,x) = \frac{h}{2} + \frac{1}{2}\int_0^x q(s)\,ds, \quad K(x,-x) = \frac{h}{2}$$

y establece cómo los operadores T_h actúan sobre las potencias de la variable independiente.

Consideremos una solución f que no se anula de la ecuación $Af=0$ con la condición de normalización $f(0)=1$. Una transformación de Darboux del operador A (véase, por ejemplo [5]) es el operador $D=-\frac{d^2}{dx^2}+q_2(x)$, donde $q_2 = 2\left(\frac{f'}{f}\right)^2 - q$. Suponiendo que para los operadores A y B el operador de transmutación T_h con $h=f'(0)$ y su núcleo K se conocen se demuestra cómo construir el operador de transmutación T_{-h} para los operadores D y B y su núcleo se obtiene en forma cerrada en términos de K y f.

Como una aplicación, los operadores de transmutación T_h y T_{-h} para los operadores A y D se utilizan para construir el operador de transmutación del sistema unidimensional de Dirac con un potencial escalar.

Así mismo se presentan algunos resultados sobre la construcción de los núcleos integrales para los operadores T_h y T_{-h} en términos del potencial q y la solución particular f.

[1] H. Campos, V. V. Kravchenko, and S. Torba, *Transmutations, L-bases and complete families of solutions of the stationary Schrödinger equation in the plane*, Submitted, available at arXiv:1109.5933, 20p.

[2] V. V. Kravchenko and S. Torba, *Transmutations for Darboux transformed operators with applications*, Submitted, available at arXiv:1111.4449, 20p.

[3] B.M. Levitan, *Inverse Sturm-Liouville problems*, Utrecht: VNU Science, 1987.

[4] V.A. Marchenko, *Sturm-Liouville operators and applications*, Operator theory: Advances and applications, vol. 22, Basel: Birkhäuser, 1986.

[5] V. Matveev and M. Salle, *Darboux transformations and solitons*, N.Y.: Springer, 1991.

storba@math.cinvestav.edu.mx

Ponente: JOSÉ GALÉ U. Zaragoza

Título: *Caracterización de potencias fraccionarias de un operador vía un problema de extensión*

Hora: (M1) mié18 12:50-13:25

Resumen: La ecuación diferencial de Darboux-Euler-Poisson para el laplaciano ha sido interpretada recientemente por Caffarelli y Silvestre como un problema de extensión armónica en dimensión fraccionaria. De esta forma ambos autores han hallado soluciones que pueden verse como localizaciones de potencias fraccionarias del operador de Laplace Δ, y han caracterizado este operador como correspondencia que lleva condiciones en la frontera de tipo Dirichlet a condiciones en la frontera de tipo Neumann. Posteriormente, Stinga y Torrea han observado que en el punto de vista adoptado por Caffarelli y Silvestre subyace un andamiaje considerable de teoría de C_0-semigrupos de operadores. Haciendo uso de ésta, extienden los resultados aludidos a clases muy generales de operadores diferenciales de segundo orden; en particular para el caso del operador oscilador armónico. En la presente charla, se explica cómo extender a su vez los teoremas de Caffarelli-Silvestre y Stinga-Torrea a un contexto mucho más general. Los teoremas resultantes se aplican, entre otros, a operadores de espectro puramente imaginario de la forma iL, perteneciendo L a clases amplias de operadores diferenciales sobre ciertos grupos de Lie o variedades de Riemann. (En particular, para $L=\Delta$ ó $L=$ oscilador armónico en $\mathbb{R}^n$.) La demostración utiliza parcial pero sustantivamente técnicas de álgebras de Banach y teoría de semigrupos integrados.

El tema de la charla forma parte de un trabajo en curso, en colaboración con P.J. Miana (pjmiana@unizar.es) y P.R. Stinga (pablo.stinga@uam.es).

[1] L. Caffarelli and L. Silvestre, *An extension problem related to the fractional Laplacian*, Comm. Partial Diff. Eq **32** (2007), 1245-1260.

[2] P.R. Stinga and J.L. Torrea, *Extension problem and Harnack's inequality for some fractional operators*, Comm. Partial Diff. Eq **35** (2010), 2092-2122.

gale@unizar.es

Ponente: ARMANDO VILLENA U. Granada

Título: *Operadores que casi preservan el espectro*

Hora: (M1) mié18 13:30-14:05

Resumen: Sean X e Y espacios de Banach y sean $\mathscr{B}(X)$ y $\mathscr{B}(Y)$ las álgebras de Banach de operadores lineales y continuos sobre X e Y, respectivamente. Analizaremos los operadores lineales $\Phi\colon \mathscr{B}(X) \to \mathscr{B}(Y)$ con la propiedad de que la distancia de Hausdorff del espectro de $T \in \mathscr{B}(X)$ al espectro de $\Phi(T)$ es pequeña.

avillena@ugr.es