

## S06. Anillos y Módulos. SALA M4

Coordinada por: **Christof Geiss**, IMUNAM-D.E; **José María Pérez Izquierdo**, U. La Rioja; **Juan Jacobo Simón**, U. Murcia.

### PROGRAMA

- mar17 15:00-15:35** → **CARLOS CASTAÑO BERNARD**, U. Autónoma de Chiapas  
*Órdenes de Eichler, formas cuadráticas binarias y curvas elípticas sobre  $\mathbb{Q}$ .*
- mar17 15:35-16:10** → **MERCEDES SILES MOLINA**, U. Málaga  
*Ocho años de álgebras de caminos de Leavitt.*
- mar17 16:30-17:05** → **FERNANDO MONTANER FRUTOS**, U. Zaragoza  
*Biálgebras sobre álgebras de Lie corrientes.*
- mar17 17:05-17:40** → **RAYMUNDO BAUTISTA**, Centro de Ciencias Matemáticas Morelia, UNAM  
*Álgebras Mansas sobre los reales.*
- mié18 15:00-15:30** → **GERARDO RAGGI**, Centro de Ciencias Matemáticas Morelia, UNAM  
*Funtores de biconjuntos.*
- mié18 15:30-15:50** → **VALENTE SANTIAGO VARGAS**, Instituto de Matemáticas, UNAM  
*Contextos de Auslander-Buchweitz y Co-t-estructuras.*
- mié18 15:55-16:25** → **ENRIQUE PARDO ESPINO**, U. Cádiz  
*El problema de clasificación en álgebras de caminos de Leavitt.*
- mié18 16:40-17:10** → **ALEJANDRO ALVARADO**, UNAM  
*Clases conaturales y submódulos de cotipo.*
- mié18 17:10-17:40** → **JUAN JACOBO SIMÓN PINERO**, U. Murcia  
*Equivalencia de Morita de acciones parciales de grupos y globalización.*

### RESÚMENES

**Ponente:** CARLOS CASTAÑO BERNARD U. Autónoma de Chiapas

**Título:** *Órdenes de Eichler, formas cuadráticas binarias y curvas elípticas sobre  $\mathbb{Q}$*

**Hora:** (M4) mar17 15:00-15:35

**Resumen:** Sea  $\mathcal{O}_N$  el orden de Eichler de nivel  $N$  en un álgebra de cuaterniones  $H$  sobre  $\mathbb{Q}$  de tipo indefinido. (Recordemos que, salvo una conjugación,  $\mathcal{O}_N$  está determinado de manera única en  $H$ .) En esta charla vamos a estudiar una correspondencia explícita entre las clases de equivalencia de encajes de ciertos campos cuadráticos en ordenes de Eichler  $\mathcal{O}_N$  y ciertas geodésicas en el plano de Poincaré. Para este propósito vamos a usar formas cuadráticas binarias. Además vamos a describir brevemente una conjetura que relaciona los números de estas clases de equivalencia y unos invariantes de curvas elípticas sobre  $\mathbb{Q}$  relacionados con la conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer.

[ccastanobernard@gmail.com](mailto:ccastanobernard@gmail.com)

**Ponente:** MERCEDES SILES MOLINA

U. Málaga

**Título:** *Ocho años de álgebras de caminos de Leavitt*

**Hora:** (M4) mar17 15:35-16:10

**Resumen:** Las álgebras de caminos de Leavitt comenzaron a estudiarse en 2004. Pueden considerarse como el análogo algebraico de las  $C^*$ -álgebras de grafo, pero también pueden ser vistas como una generalización de las álgebras estudiadas por Leavitt cuando buscaba ejemplos de álgebras que no satisficieran la condición IBN ("invariant basis number").

Aunque en principio pueda parecer exótica la manera en que se asocia un álgebra a un grafo dirigido, son muchos los ejemplos estándar de álgebras que surgen como álgebras de caminos de Leavitt asociadas a un grafo. Aparte de las álgebras de Leavitt de tipo  $(1, n)$ , el álgebra de polinomios de Laurent, los anillos de matrices sobre un cuerpo, el álgebra de Toeplitz, etc., son ejemplos de álgebras de caminos de Leavitt.

Es mucha la riqueza de estas álgebras. Uno de sus atractivos es que propiedades estructurales del álgebra como ser simple, regular von Neumann, puramente infinita, de intercambio, tener cierto rango estable, coincidir con su zócalo... se ven reflejadas en el grafo. Esto proporciona una agradable manera de encontrar ejemplos de álgebras que satisfagan ciertas condiciones.

Las conexiones entre las álgebras de caminos de Leavitt y otras ramas de las Matemáticas son profundas. Por ejemplo, con las álgebras de Bergman, con Teoría  $K$ , o con su análogo analítico, las  $C^*$ -álgebras de grafo: muchos de los resultados iniciales en las álgebras que nos ocupan surgieron inspirados por los correspondientes resultados en el ámbito analítico, aunque las demostraciones no hayan seguido caminos paralelos.

En estos años el objeto de nuestro estudio ha alcanzado su madurez: los nuevos resultados sobre álgebras de caminos de Leavitt llevan a nuevos descubrimientos en  $C^*$ álgebras de grafo, y son diversas las ramificaciones que han surgido: álgebras de caminos de Cohn-Leavitt, álgebras de caminos de Leavitt iteradas, álgebras de caminos de grafos separados...

El objetivo de esta conferencia es hacer un recorrido por la vida de las álgebras de caminos de Leavitt mostrando cuáles son los hitos alcanzados, en qué punto de su clasificación se está, qué deriva ha seguido su estudio, etc.

- [1] G. Abrams, P. Ara, and M. Siles Molina, *Leavitt path algebras*, Lecture Notes in Mathematics, Springer.
- [2] Gene Abrams and Gonzalo Aranda Pino, *The Leavitt path algebra of a graph*, J. Algebra **293** (2005), no. 2, 319–334.
- [3] Gene Abrams, Gonzalo Aranda Pino, Francesc Perera, and Mercedes Siles Molina, *Chain conditions for Leavitt path algebras*, Forum Math. **22** (2010), no. 1, 95–114.
- [4] G. Abrams, G. Aranda Pino, and M. Siles Molina, *Finite-dimensional Leavitt path algebras*, J. Pure Appl. Algebra **209** (2007), no. 3, 753–762.
- [5] ———, *Locally finite Leavitt path algebras*, Israel J. Math. **165** (2008), 329–348.
- [6] G. Abrams and K. Rangaswamy, *Regularity conditions for arbitrary Leavitt path algebras*, Alg. Repr. Theory.
- [7] G. Abrams, K. Rangaswamy, and M. Siles Molina, *The socle series of a Leavitt path algebra*, Alg. Repr. Theory **14** (2011), 751–777.
- [8] P. Ara and K. R. Goodearl, *Leavitt path algebras of separated graphs*, J. Reine Angew. Mat.
- [9] ———,  *$C^*$ -algebras of separated graphs*, J. Functional Analysis (2011).
- [10] P. Ara, M. A. Moreno, and E. Pardo, *Nonstable  $K$ -theory for graph algebras*, Algebr. Represent. Theory **10** (2007), no. 2, 157–178.
- [11] G. Aranda Pino, K. R. Goodearl, F. Perera, and M. Siles Molina, *Non-simple purely infinite rings*, Amer. J. Math. **132** (2010), no. 3, 563–610.
- [12] G. Aranda Pino, D. Martín Barquero, C. Martín González, and M. Siles Molina, *The socle of a Leavitt path algebra*, J. Pure Appl. Algebra **212** (2008), no. 3, 500–509.
- [13] Gonzalo Aranda Pino, Dolores Martín Barquero, Cándido Martín González, and Mercedes Siles Molina, *Socle theory for Leavitt path algebras of arbitrary graphs*, Rev. Mat. Iberoam. **26** (2010), no. 2.
- [14] G. Aranda Pino, E. Pardo, and M. Siles Molina, *Prime spectrum and primitive Leavitt path algebras*, Indiana Univ. Math. J. **58** (2009), no. 2, 869–890.
- [15] ———, *Exchange Leavitt path algebras and stable rank*, J. Algebra **305** (2006), no. 2, 912–936.
- [16] K. R. Goodearl, *Leavitt path algebras and direct limits*, Rings, modules and representations, Contemp. Math., vol. 480, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2009, pp. 165–187.
- [17] W. G. Leavitt, *The module type of a ring*, Trans. Amer. Math. Soc. **103** (1962), 113–130.
- [18] M. Siles Molina, *Algebras of quotients of path algebras*, J. Algebra **319** (2008), no. 12, 5265–5278.
- [19] Mark Tomforde, *Uniqueness theorems and ideal structure for Leavitt path algebras*, J. Algebra **318** (2007), no. 1, 270–299.

[msilesm@uma.es](mailto:msilesm@uma.es)

**Ponente:** FERNANDO MONTANER FRUTOS

U. Zaragoza

**Título:** *Biálgebras sobre álgebras de Lie corrientes*

**Hora:** (M4) mar17 16:30-17:05

**Resumen:** [fmontane@unizar.es](mailto:fmontane@unizar.es)

**Ponente:** RAYMUNDO BAUTISTA

Centro de Ciencias Matemáticas Morelia, UNAM

**Título:** *Álgebras Mansas sobre los reales*

**Hora:** (M4) mar17 17:05-17:40

**Resumen:** Trabajo conjunto con Efrén Pérez ([jperez@uady.mx](mailto:jperez@uady.mx)) y Leonardo Salmerón ([salmeron@matmor.unam.mx](mailto:salmeron@matmor.unam.mx)).

En lo que sigue  $k$  es un campo, las  $k$ -álgebras consideradas serán asociativas con uno. Si  $B$  es una  $k$ -álgebra por  $B$ -módulo entenderemos un  $B$ -módulo izquierdo. Por  $B\text{Mod}$  denotamos la categoría de  $B$ -módulos y por  $B\text{mod}$  la categoría de  $B$ -módulos de dimensión finita sobre  $k$ .

Sea  $A$  una  $k$  álgebra de dimensión finita sobre  $k$ , si  $k$  es algebraicamente cerrado por el Teorema de Drozd [1]  $A$  tiene una y solo una de las siguientes propiedades:

- a El conjunto de clases de isomorfía de los  $A$ -módulos inescindibles (indecomposable) es finito.
- b El conjunto de clases de isomorfía de los  $A$ -módulos inescindibles es infinito y para cada número natural  $d$ , existe una colección finita  $Z_1, \dots, Z_m$  de  $A$ - $k[x]$ -bimódulos, libres finitamente generados sobre  $k[x]$ , tales que si  $M$  es un  $A$ -módulo inescindible de dimensión sobre  $k$  igual a  $d$  entonces  $M \cong Z_i \otimes k[x]/(x - \lambda)$  para algún  $1 \leq i \leq m$  y  $\lambda \in k$ .
- c Existe  $W$ , un  $A$ - $k[x, y]$ -bimódulo libre finitamente generado sobre  $k[x, y]$  tal que el funtor:

$$W \otimes_{k[x, y]} - : k[x, y] \text{ mod} \rightarrow A \text{ mod}$$

preserva inescindibles y clases de isomorfía.

El álgebra  $A$  se llama de *tipo de representación finito, mansa* o de *tipo de representación salvaje* si satisface a, b o c, respectivamente.

Si  $k$  no es algebraicamente cerrado no se conoce una división como la anterior, en particular si  $k$  es un campo finito la condición b se cumple para cualquier  $k$ -álgebra de dimensión finita sobre  $k$  y que no es de tipo de representación finito.

En [2] Crawley-Boevey introduce el concepto de *módulo genérico*:

**Definición** Un  $A$ -módulo  $G$ , se llama genérico si es inescindible, de dimensión infinita sobre  $k$  y de longitud finita considerado como  $\text{End}_A(G)$ -módulo, esta última longitud se llama la endolongitud de  $k$ .

En el artículo antes citado de Crawley-Boevey se prueba que si  $k$  es algebraicamente cerrado entonces  $A$  satisface la condición b si y solamente satisface la condición:

d Para cada número natural  $d$ , el conjunto de clases de isomorfía de  $A$ -módulos genéricos de longitud  $d$  es finito.

Si  $A$  es un álgebra sobre los reales veremos que la condición d implica una condición parecida a la condición b, pero en lugar del álgebra,  $k[x]$  aparecen  $k$ -álgebras que son anillos no necesariamente conmutativos cuyos ideales derechos o izquierdos son todos generados por un solo elemento.

[1] Yu. A. Drozd, *Tame and wild matrix problems*, Amer. Math. Soc. Transl. **128** (1986), 31-55.

[2] W. W. Crawley-Boevey, *Tame algebras and generic modules*, Proc. London Math. Soc. **63** (1991), no. 3, 241-265.

[raymundo@matmor.unam.mx](mailto:raymundo@matmor.unam.mx)

**Ponente:** GERARDO RAGGI

Centro de Ciencias Matemáticas Morelia, UNAM

**Título:** *Funtores de biconjuntos*

**Hora:** (M4) mié18 15:00-15:30

**Resumen:** Definimos la categoría cuyos objetos son las parejas  $(G, X)$  de un grupo finito y un  $G$ -conjunto finito, con morfismos entre dos parejas  $(G, X)$  y  $(H, Y)$ , el grupo de Grothendieck de las triadas  $(U, \alpha, \beta)$ , donde  $U$  es un  $(G, H)$ -biconjunto y  $\alpha$  y  $\beta$  son morfismos de  $G$  y  $H$  conjuntos en  $X$  y  $Y$  respectivamente y que satisfacen ciertas propiedades. Estudiamos los funtores contravariantes aditivos de esta categoría a los  $R$ -módulos con  $R$  un anillo conmutativo, llamados funtores de biconjuntos o Funtores de Mackey, comparamos esta categoría con la categoría usual de funtores de estudiada por Serge Bouc entre otros, también estudiamos los funtores de Green que son los monoides de esta categoría. Estudiamos problemas de inducción en estas categorías, luego estudiamos el funtor de Burnside como funtor de Green y por último algunas propiedades de este funtor y de sus valores en distintos grupos.

[graggi@shi.matmor.unam.mx](mailto:graggi@shi.matmor.unam.mx)

**Ponente:** VALENTE SANTIAGO VARGAS

Instituto de Matemáticas, UNAM

**Título:** *Contextos de Auslander-Buchweitz y Co-t-estructuras*

**Hora:** (M4) mié18 15:30-15:50

**Resumen:** Trabajo conjunto con O. Mendoza (omendoza@matem.unam.mx), C. Sáenz (ecsv@lya.ciencias.unam.mx) y M.J. Souto (mariaj@udc.es).

El término co-t-estructura primero apareció en el trabajo de Paukstello [1]. Este concepto corresponde a la noción de estructura con peso estudiada por Bondarko. En su trabajo Auslander y Reiten establecieron una correspondencia biyectiva entre los contextos de Auslander-Buchweitz y pares de cotorsión en  $\text{mod}(\Lambda)$  (donde  $\text{mod}(\Lambda)$  es la categoría de módulos finitamente generados sobre un álgebra de Artin  $\Lambda$ ). Siguiendo las ideas de Hashimoto, nosotros introducimos en categorías trianguladas  $\mathcal{T}$  el análogo del contexto de Auslander-Buchweitz.

En base a esto, logramos demostrar que existe una correspondencia biyectiva entre los contextos de Auslander-Buchweitz en una categoría triangulada  $\mathcal{T}$  y las co-t-estructuras en ciertas subcategorías trianguladas de  $\mathcal{T}$ .

[1] D. Paukstello, *Compact corigid objects in triangulated categories and cotestructuras*, Cent. Eur. J. Math **6** (2008), no. 1, 25-42.

[valente@matem.unam.mx](mailto:valente@matem.unam.mx)

**Ponente:** ENRIQUE PARDO ESPINO

U. Cádiz

**Título:** *El problema de clasificación en álgebras de caminos de Leavitt*

**Hora:** (M4) mié18 15:55-16:25

**Resumen:** Trabajo conjunto con Gene Abrams (abrams@math.uccs.edu), Adel Louly (louly.adel@uca.es) y Chris Smith (cdsmith@gmail.com).

Las álgebras de caminos de Leavitt fueron introducidas independientemente en [1] y [4] como generalización algebraica de las  $C^*$ -álgebras de grafo [8]. Un problema relevante para esta clase de álgebras es su clasificación salvo isomorfismo usando invariantes de Teoría K. Esto es especialmente interesante en el caso de las álgebras simplemente infinitas [2], dado que en el contexto de  $C^*$ -álgebras existe un Teorema de Clasificación para este tipo de álgebras usando Teoría K, obtenido independientemente por Kirchberg [6] y Phillips [7]. Sin embargo, la tecnología usada por estos últimos en el contexto de  $C^*$ -álgebras no admite transferencia al contexto puramente algebraico.

En esta charla procederemos a explicar un resultado parcial de clasificación obtenido por los autores en [3], inspirado en la clasificación de espacios de deslizamiento de tipo finito realizada por Franks [5].

- [1] G. Abrams and G. Aranda Pino, *The Leavitt path algebra of a graph*, J. Algebra **293** (2005), 319–334.
- [2] ———, *Purely infinite simple Leavitt path algebras*, J. Pure Appl. Algebra **207** (2006), 553–563.
- [3] G. Abrams, A. Louly, E. Pardo, and C. Smith, *Flow invariants in the classification of Leavitt algebras*, J. Algebra **333** (2011), 202–231.
- [4] P. Ara, M.A. Moreno, and E. Pardo, *Nonstable K-Theory for graph algebras*, Algebr. Represent. Theory **10** (2007), 157–178.
- [5] J. Franks, *Flow equivalence of subshifts of finite type*, Ergodic Theory Dynam. Systems **4** (1984), 53–66.
- [6] E. Kirchberg, *The classification of purely infinite  $C^*$ -algebras using Kasparov theory* (1995), Preprint.
- [7] N.C. Phillips, *A classification theorem for nuclear purely infinite simple  $C^*$ -algebras*, Doc. Math. **5** (2000), 49–114.
- [8] I. Raeburn, *Graph algebras*, CBMS Regional Conference Series in Mathematics, vol. 103, American Mathematical Society, 2005.

---

[enrique.pardo@uca.es](mailto:enrique.pardo@uca.es)

**Ponente:** ALEJANDRO ALVARADO

UNAM

**Título:** *Clases conaturales y submódulos de cotipo*

**Hora:** (M4) mié18 16:40-17:10

**Resumen:** Introduciremos el concepto de submódulo de cotipo con respecto a una clase conatural y el concepto de dimensión de cotipo. Estudiaremos sus propiedades básicas y daremos una caracterización de los módulos ampliamente suplementados con dimensión de cotipo finita.

---

[alejandroalvaradogarcia@gmail.com](mailto:alejandroalvaradogarcia@gmail.com)

**Ponente:** JUAN JACOBO SIMÓN PINERO

U. Murcia

**Título:** *Equivalencia de Morita de acciones parciales de grupos y globalización*

**Hora:** (M4) mié18 17:10-17:40

**Resumen:** En este trabajo proponemos la noción de equivalencia de Morita de acciones parciales de grupos en anillos idempotentes. Comentaremos que cualquier acción parcial con una leve restricción es Morita equivalente a una acción parcial globalizable, y que dicha globalización es esencialmente única. También veremos que en el caso de las acciones parciales s-unitarias sobre anillos con unidades locales ortogonales, la equivalencia de Morita es establemente isomorfa (es decir, equivalencia de Morita implica isomorfismo de matrices infinitas). Además, veremos que la equivalencia de Morita de acciones parciales s-unitarias sobre anillos conmutativos implica el isomorfismo de dichas acciones. y comentaremos un resultado análogo para  $C^*$  álgebras.

Trabajo conjunto con F. Abadie ([fabadie@cmat.edu.uy](mailto:fabadie@cmat.edu.uy)), M. Dokuchaev ([dokucha@ime.usp.br](mailto:dokucha@ime.usp.br)) y R. Exel ([exel@mtm.ufsc.br](mailto:exel@mtm.ufsc.br)).

---

[jsimon@um.es](mailto:jsimon@um.es)