RSME-SMM-2012 17-20 ene 2012, Torremolinos

S15. Matemática Discreta. SALA M5

Coordinada por: **Ferrán Hurtado**, U. Politècnica Catalunya; **Oriol Serra**, U. Politècnica Catalunya; **Gilberto Calvillo**, UNAM.

PROGRAMA

mié18 18:00-18:35 →FELIU SAGOLS, CINVESTAV- IPN
Sobre la reducibilidad delta-ye.

mié18 18:35-19:10 →CAMINO BALBUENA, U. Politècnica Catalunya
Partial linear spaces and identifyng codes.

mié18 19:20-19:55 →DAVID ROMERO, UNAM-Cuernavaca
El problema de asignación con dominancia.

mié18 19:55-20:30 →JOSÉ CÁCERES, U. Almería
Supergeodeticidad en grafos.

jue19 11:30-12:05 →FRANCISCO SANTOS, U. Cantabria
¿Cómo de falsa es la Conjetura de Hirsch?.

jue19 12:05-12:40 →FRANCISCO ZARAGOZA, UAM- Azcapotzalco
Dibujos y encajes primitivos de gráficas aplanables.

jue19 12:40-13:15 →PEDRO RAMOS, U. Alcalá de Henares
El número de cruce de un dibujo en dos páginas de la gráfica completa es Z(n).

jue19 13:30-14:05 →DAVID FLORES PEÑALOZA, UNAM
Un resultado tipo anti-Ramsey para gráficas geométricas.

jue19 14:05-14:40 →CARLOS MARIJUÁN, U. Valladolid
Mejorando el PageRank de sitios web.

vie20 09:00-09:35 →AMANDA MONTEJANO, IMAT-UNAM- Querétaro
Algunos resultados en teoría anti-Ramsey aritmética.

vie20 09:35-10:10 →DELIA GARIJO, U. Sevilla
Contractors para flujos.

vie20 10:10-10:45 →GUADALUPE RODRIGUEZ, UAM- Azcapotzalco
Fórmulas de recursión para el cálculo del Polinomio de Tutte de Matroides.

RESÚMENES

Ponente: FELIU SAGOLS CINVESTAV- IPN
Título: *Sobre la reducibilidad delta-ye*
Hora: (M5) mié18 18:00-18:35
Resumen: Trabajo conjunto con Isidoro Gitler.
Demostramos la reducibilidad delta-ye de grafos planos con a lo más tres terminales. La consecuencia más importante de la prueba es que ésta implícitamente genera un algoritmo eficiente con complejidad temporal $O(|E(G)|^4)$ para la reducibilidad de grafos G con a lo más tres terminales. El método se puede usar para resolver problemas de reducibilidad restringida con más terminales. Nuestra prueba utiliza una conocida traducción de estas operaciones a transformaciones sobre el grafo medial.

fsagols@math.cinvestav.mx

Ponente: CAMINO BALBUENA U. Politècnica Catalunya
Título: *Partial linear spaces and identifyng codes*
Hora: (M5) mié18 18:35-19:10
Resumen: Joint work with G. Araujo-Pardo, L. Montejano y J.C. Valenzuela.
A $(1,\le k)$-*identifying code* is a dominating set C of G such that for each pair X, Y of subsets of vertices of G of cardinality at most k, $B_1(X)\cap C \ne B_1(Y)\cap C$. In this work we give a characterization of k-regular bipartite graphs of girth at least six admitting a $(1,\le k)$-identifying code. To do that we consider a bipartite graph as an incidence graph of a partial linear space. Let $(\mathcal{P},\mathcal{L},I)$ be a partial linear space and $X\subseteq \mathcal{P}\cup\mathcal{L}$. Let us denote by $(X)_I=\bigcup_{x\in X}\{y: yIx\}$ and by $[X]=(X)_I\cup X$. With this terminology a partial linear space $(\mathcal{P},\mathcal{L},I)$ is said *to admit a* $(1,\le k)$-*identifying code* if and only if the sets $[X]$ are mutually different for all $X\subseteq \mathcal{P}\cup\mathcal{L}$ with $|X|\le k$. We give a characterization of k-regular partial linear spaces admitting a $(1,\le k)$-identifying code. Moreover, we present a family of k-regular partial linear spaces on $2(k-1)^2+k$ points and $2(k-1)^2+k$ lines whose incidence graphs do not admit a $(1,\le k)$-identifying code. Finally, we show that the smallest $(k;6)$-graphs known up to now for $k-1$ not a prime power admit a $(1,\le k)$-identifying code.

[1] M. Abreu, M. Funk, D. Labbate, and V. Napolitano, *On (minimal) regular graphs of girth 6*, Australas. J. Combin. **35** (2006), 119–132.

[2] G. Araujo-Pardo and C. Balbuena, *Constructions of small regular bipartite graphs of girth 6*, Networks **57** (2011), no. 2, 121–127.

[3] G. Araujo-Pardo, C. Balbuena, and T. Héger, *Finding small regular graphs of girths 6, 8 and 12 as subgraphs of cages*, Discrete Math. **310** (2010), no. 8, 1301–1306.

[4] Gabriela Araujo, Diego González, Juan José Montellano-Ballesteros, and Oriol Serra, *On upper bounds and connectivity of cages*, Australas. J. Combin. **38** (2007), 221–228.

[5] C. Balbuena, *Incidence matrices of projective planes and of some regular bipartite graphs of girth 6 with few vertices*, SIAM J. Discrete Math. **22** (2008), no. 4, 1351–1363.

[6] Nathalie Bertrand, Irène Charon, Olivier Hudry, and Antoine Lobstein, *Identifying and locating-dominating codes on chains and cycles*, European J. Combin. **25** (2004), no. 7, 969–987.

[7] W.G. Brown, *On hamiltoninan regular graphs of girth 6*, J. London Math. Soc. **42** (1967), 644–648.

[8] N. Biggs, *Algebraic Graph Theory*, Cambridge University Press, Newyork, 1996.

[9] Irène Charon, Gérard Cohen, Olivier Hudry, and Antoine Lobstein, *New identifying codes in the binary Hamming space*, European J. Combin. **31** (2010), no. 2, 491–501.

[10] P. Dembowsky, *Finite Geometries*, Springer-Verlag Berlin Heidelbert, 1997.

[11] G. Exoo and R. Jajcay, *Dynamic Cage Survey*, Electron. J. Combin. **10** (2008), #DS16.

[12] Geoffrey Exoo, Ville Junnila, Tero Laihonen, and Sanna Ranto, *Upper bounds for binary identifying codes*, Adv. in Appl. Math. **42** (2009), no. 3, 277–289.

[13] ———, *Improved bounds on identifying codes in binary Hamming spaces*, European J. Combin. **31** (2010), 813–827.

[14] Z. Füredi, F. Lazebnik, Á. Seress, V. A. Ustimenko, and A. J. Woldar, *Graphs of prescribed girth and bi-degree*, J. Combin. Theory Ser. B **64** (1995), no. 2, 228–239.

[15] András Gács and Tamás Héger, *On geometric constructions of (k,g)-graphs*, Contrib. Discrete Math. **3** (2008), no. 1, 63–80.

[16] Sylvain Gravier and Julien Moncel, *Construction of codes identifying sets of vertices*, Electron. J. Combin. **12** (2005), Research Paper 13, 9 pp. (electronic).

[17] Mark G. Karpovsky, Krishnendu Chakrabarty, and Lev B. Levitin, *On a new class of codes for identifying vertices in graphs*, IEEE Trans. Inform. Theory **44** (1998), no. 2, 599–611.

[18] Tero Laihonen, *On cages admitting identifying codes*, European J. Combin. **29** (2008), no. 3, 737–741.

[19] Pak Ken Wong, *Cages—a survey*, J. Graph Theory **6** (1982), no. 1, 1–22.

m.camino.balbuena@upc.edu

Ponente: David ROMERO UNAM-Cuernavaca

Título: *El problema de asignación con dominancia*

Hora: (M5) mié18 19:20-19:55

Resumen: Trabajo conjunto con Gilberto Calvillo.

Probamos un hecho notable para cualquier $(m \times n)$-matriz A con entradas en un conjunto ordenado: Dado un entero positivo $h \le \min\{m,n\}$, existe una matriz $C = (c_{ij})$ obtenida de A por permutación de filas y columnas, tal que $c_{m-h+i,i} \le c_{jk}$ para $i \le k$ y para $j \le m-h+i$. Más aún, proponemos un algoritmo polinomial que transforma A en C. La diagonal de C resuelve el problema que llamamos *de asignación con dominancia.* También probamos que si $h = m = n$ y todas las entradas de A son distintas, la misma diagonal resuelve el problema de asignación min-max lexicográfica. El algoritmo propuesto tiene complejidad computacional $O(n^3\sqrt{n/\log n})$, igualando el mejor desempeño conocido para este tipo de matrices.

davidr@matcuer.unam.mx

Ponente: José CÁCERES U. Almería

Título: *Supergeodeticidad en grafos*

Hora: (M5) mié18 19:55-20:30

Resumen: Trabajo conjunto con María Morales, Auxiliadora Moreno-González, y María Luz Puertas.

Tradicionalmente, las ideas relativas a la convexidad en Teoría de grafos, han sido estudiadas desde un punto de vista muy abstracto y sólo recientemente, han cobrado fuerza los aspectos computacionales de la misma. En particular, el intervalo geodético y el cierre geodético han comenzado a estudiarse como una herramienta para reconstruir el grafo entero, o un cierto subconjunto de sus vértices a partir de algunos vértices destacados, de manera análoga a como ocurre en el caso Euclídeo. Recordemos que, dado un grafo $G = (V,E)$ y un subconjunto de vértices $S \subseteq V$, el intervalo geodético $I(S)$ de S en G se define como el menor conjunto que contiene a todos los vértices internos de los caminos mínimos entre vértices de S, mientras que el cierre geodético $CH(S)$ es el menor convexo que contiene a S.

Uno de los obstáculos para calcular $I(S)$ y $CH(S)$ puede ser la complejidad en el peor caso de encontrar todos los caminos mínimos entre todos los vértices de S. Sin embargo, es bien conocido que para un gran número de casos (árboles o grafos completos por ejemplo) no es necesario explorar todas las parejas de vértices. Siguiendo esta idea, el objetivo de este trabajo es determinar aquellas familias de grafos para los que el cálculo de $I(S)$ y $CH(S)$ no es tan costoso como en el caso general, o en otras palabras, aquellos grafos que son supergeodéticos en cierto sentido.

Partially supported by the ESF EUROCORES programme EuroGIGA-ComPoSe IP04-MICINN Project EUI-EURC-2011-4306. Parcialmente financiado por JA-FQM305, JA-FQM164, P06-FQM-01649, MTM2008-05866-C03-01 y TIN2007-67418-C03-02

jcaceres@ual.es

Ponente: FRANCISCO SANTOS U. Cantabria

Título: *¿Cómo de falsa es la Conjetura de Hirsch?*

Hora: (M5) jue19 11:30-12:05

Resumen: Hace año y medio anuncié el primer contraejemplo a la Conjetura de Hirsch [4]: un politopo de dimensión 43 con 86 facetas y diámetro 44. Desde entonces ha habido ligeras mejoras, de modo que ahora conocemos politopos no-Hirsch en dimensión "sólo" 20, y totalmente explícitos. Pero la pregunta de fondo sigue tan abierta como antes:

¿Cómo de grande puede ser el diámetro de un politopo, en función de su dimensión y número de facetas?

Recordemos que no se conoce ninguna cota superior polinómica. A partir de los politopos no-Hirsch conocidos sólo es posible construir otros en las que el diámetro crece de manera lineal (que violan la Conjetura de Hirsch por apenas un 5%).

En esta charla repasaremos brevemente las ideas que condujeron a la construcción de los contraejemplos, pero dedicaremos la mayor parte de tiempo a explorar qué se puede decir sobre el diámetro de complejos simpliciales más generales. Esta aproximación "abstracta" a la Conjetura de Hirsch no es nueva (ver, por ejemplo, [3]) pero ha recibido un nuevo ímpetu con los resultados de Eisenbrand et al. [1]: en un modelo abstracto bastante razonable, el de las *familias estratificadas conexas* (equivalente al de los complejos *ultraconexos* de [3]), existen "objetos" de diámetro cuadrático. Por otro lado, en ese mismo modelo, Hähnle ha mostrado evidencia de que puede haber de hecho una cota superior también cuadrática. Esto implicaría que el diámetro de cualquier politopo ha de ser cuadrático. Más concretamente:

Conjetura 1 (Hähnle)**.** *El diámetro de un politopo de dimensión d con n facetas no puede ser mayor que $d(n-d)$.*

[1] F. Eisenbrand, N. Hähnle, A. Razborov, and Rothvoß. T., *Diameter of Polyhedra: Limits of Abstraction*, Math. Oper. Res. **35** (2010), no. 4, 786–794.

[2] N. Hähnle, post del 30-09-2010 en *Polymath 3: Polynomial Hirsch Conjecture*, Combinatorics and More (blog de Gil Kalai) (2010), http://gilkalai.wordpress.com/2010/09/29/polymath-3-polynomial-hirsch-conjecture/.

[3] G. Kalai, *Upper bounds for the diameter and height of graphs of convex polyhedra*, Discrete Comput. Geom. **8** (1992), http://gilkalai.wordpress.com/2010/09/29/polymath-3-polynomial-hirsch-conjecture/.

[4] F. Santos, *A counter-example to the Hirsch Conjecture*, Ann. Math. (2012+), to appear.

francisco.santos@unican.es

Ponente: FRANCISCO ZARAGOZA UAM- Azcapotzalco

Título: *Dibujos y encajes primitivos de gráficas aplanables*

Hora: (M5) jue19 12:05-12:40

Resumen: Trabajo conjunto con David Flores, Sergio Pérez y Gloria Aguilar.

Un segmento de recta es *primitivo* si sus extremos son puntos de coordenadas enteras y no contiene ningún otro punto de coordenadas enteras. Un *dibujo* de una gráfica es *primitivo* si sus vértices son todos distintos y sus aristas son segmentos primitivos. Un *encaje primitivo* de una gráfica aplanable es un dibujo primitivo de la misma en el cual adicionalmente las aristas no tienen cruces.

Las dos preguntas principales que nos interesan son: ¿cuáles gráficas tienen dibujos primitivos? y ¿cuáles gráficas aplanables tienen encajes primitivos?

Hemos respondido la primera pregunta con un teorema elegante: Una gráfica G tiene un dibujo primitivo si y sólo si el número cromático de G es a lo mucho 4. La demostración de este teorema es constructiva y produce un dibujo que cabe en un rectángulo de área lineal en el número de vértices de G.

La segunda pregunta parece ser mucho más difícil. Conjeturamos que *todas* las gráficas aplanables tienen encajes primitivos. La veracidad de esta conjetura implica de manera inmediata el famoso Teorema de los cuatro colores.

En esta plática mostraremos algunos avances obtenidos. Entre otras cosas, mostraremos que todas las gráficas planares exteriores tienen encajes primitivos y que todas las gráficas planares con pocos vértices también tienen un encaje primitivo.

Por supuesto, nos interesa extender algorítmicamente estos resultados a otras clases de gráficas aplanables y a gráficas con más vértices. Además, nos interesa minimizar el área del cuadrado en el que caben los encajes que estamos obteniendo.

Cabe mencionar que algunos de estos resultados fueron obtenidos de manera independiente por Nakamoto y Negami.

franz@correo.azc.uam.mx

Ponente: PEDRO RAMOS U. Alcalá de Henares

Título: *El número de cruce de un dibujo en dos páginas de la gráfica completa es Z(n)*

Hora: (M5) jue19 12:40-13:15

Resumen: Trabajo conjunto con Bernardo Ábrego, Oswin Aichholzer, Silvia Fernández-Merchant y Gelasio Salazar.

Alrededor del año 1958, Hill conjeturó que el número de cruce de la gráfica completa, cr(K_n), es $Z(n) := \frac{1}{4}\left\lfloor\frac{n}{2}\right\rfloor\left\lfloor\frac{n-1}{2}\right\rfloor\left\lfloor\frac{n-2}{2}\right\rfloor\left\lfloor\frac{n-3}{2}\right\rfloor$ y encontró dibujos de K_n con exactamente $Z(n)$ cruces. La conjetura apareció publicada por primera vez algunos años después [1,2]. En 1996, Shahrokhi et al. [3] encontraron dibujos óptimos de K_n esencialmente distintos: un dibujo en dos páginas de una gráfica es un dibujo en el que los vértices están en una recta ℓ (el "lomo" del libro), y cada arista está contenida en uno de los dos semiplanos definidos por ℓ. El *número de cruce 2-página de* G, $\nu_2(G)$, es el mínimo número de cruces en un dibujo en dos páginas de la gráfica G. Como $\mathrm{cr}(K_n) \le \nu_2(K_n) \le Z(n)$, y ya se había conjeturado que $\mathrm{cr}(K_n) = Z(n)$, la conjetura de que $\nu_2(K_n) = Z(n)$ surgió como un paso intermedio en la búsqueda del valor correcto de $\mathrm{cr}(K_n)$. Con anterioridad a nuestro trabajo, los resultados conocidos para $\nu_2(K_n)$ eran esencialmente los mismos que para $\mathrm{cr}(K_n)$.

Presentamos una nueva técnica para atacar el problema, y la utilizamos para demostrar que $\nu_2(K_n) = Z(n)$. La idea básica es extender la definición de j-arista de un conjunto de puntos en el plano, al caso de dibujos topológicos de K_n, de tal manera que la fórmula que relaciona el número de j-aristas y el número de cruce rectilíneo se extiende, de manera natural, al caso topológico.

[1] R. K. Guy, *A combinatorial problem*, Bull. Malayan Math. Soc. **7** (1960), 68–72.

[2] F. Harary and A. Hill, *On the number of crossings in a complete graph*, Proc. Edinburgh Math. Soc. **13** (1963), 333–338.

[3] Shahrokhi F., O. Sýkora, and L. A. Székely, *The book crossing number of a graph*, J. Graph Theory **21** (1996), 413–424.

pedro.ramos@uah.es

Ponente: DAVID FLORES PEÑALOZA UNAM

Título: *Un resultado tipo anti-Ramsey para gráficas geométricas*

Hora: (M5) jue19 13:30-14:05

Resumen: Trabajo conjunto con Juan José Montellano-Ballesteros, Eduardo Rivera-Campo y Rita Zuazua.

Sea n un entero positivo y sea G una gráfica con a lo más n vértices. El *número anti-Ramsey* $AR(n,G)$, definido por Erdös, Simonovits y Sós en 1973, es el máximo número de colores en cualquier coloración de la gráfica completa K_n tal que ninguna subgráfica de K_n isomorfa a G tiene todas sus aristas coloreadas con diferentes colores. En el caso en que $\mathscr{G}$ es una *familia* de subgráficas de K_n, definimos a $AR(n,\mathscr{G})$ como el máximo número de colores en cualquier coloración de las aristas de K_n, tal que ninguna gráfica $G \in \mathscr{G}$ tiene todas sus aristas coloreadas con diferentes colores.

Una posible generalización del número anti-Ramsey de una gráfica G (resp. de una familia de gráficas $\mathscr{G}$) es considerar el número $AR_k(n,G)$ (con $k \in \mathbb{N}$ y $2 \le k \le |E(G)|$), definido como el máximo número de colores en cualquier coloración de la gráfica completa K_n tal que *toda* subgráfica de K_n isomorfa a G *tiene al menos* k aristas del mismo color. Claramente $AR(n,G) = AR_2(n,G)$.

En este trabajo mostraremos un número anti-Ramsey generalizado de gráficas geométricas. Una *gráfica geométrica* es una gráfica $G = (V,E)$ dibujada en el plano, de tal forma que V es un conjunto de puntos en posición general (lo que quiere decir que no hay tres puntos de V colineales), y E es un conjunto de segmentos de recta cuyos extremos corresponden a V. Una *gráfica convexa* es una gráfica geométrica cuyo conjunto de vértices está en posición convexa. Una gráfica geométrica es *plana* si no tiene un par de aristas que se intersecan en su interior, aunque cualesquiera dos de sus aristas pueden compartir un extremo.

Sea G_n la gráfica convexa completa con n vértices y sea $\mathscr{T}$ la familia de árboles generadores planos de G_n. Sea k un entero tal que $2 \le k \le n-1$. Mostraremos el valor de $AR_k(n,\mathscr{T})$: el máximo número de colores en cualquier coloración de las aristas de G_n tal que todo árbol generador plano de G_n tiene al menos k aristas del mismo color.

dflorespenaloza@gmail.com

Ponente: CARLOS MARIJUÁN U. Valladolid

Título: *Mejorando el PageRank de sitios web*

Hora: (M5) jue19 14:05-14:40

Resumen: En este trabajo presentamos un estudio de posibles reordenaciones de los enlaces de la estructura conectiva de un sitio web con el objetivo de mejorar la importancia de una página, o de un grupo de páginas, dada por una función de ordenación como el PageRank de Google [1,2].

Construimos nuestra clasificación topológica empezando con árboles dirigidos con raíz, continuamos con estructuras jerárquicas más complejas como árboles bidireccionales y árboles cíclicos (obtenidos cerrando ciclos en árboles con raíz) y terminamos describiendo las estructuras cíclicas más generales, los digrafos PR (digrafos cuyo digrafo condensación es un árbol con raíz que se comporta como un árbol cíclico), a las que pueden aplicarse las técnicas de optimización desarrolladas en este trabajo.

Probamos que el PageRank de la raíz de estas clases de árboles dirigidos depende básicamente del número de vértices en cada nivel y del número de ciclos de distintas longitudes entre niveles. Estudiamos diferentes modificaciones en la estructura de estos árboles y su efecto en la valoración dada por el algoritmo PageRank. Deducimos fórmulas cerradas para el PageRank de la raíz de varios tipos de árboles y establecemos una jerarquía de estas topoplogías en términos de PageRank.

Este es un trabajo en colaboración con Argimiro Arratia, del Departament de Llenguatges i Sistemes Informàtics, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain

[1] S. Brin and L. Page, *The anatomy of a large scale hypertextual web search engine*, Computer Networks and ISDN Systems **33** (1998), 107-117.

[2] S. Brin, R. Motwami, L. Page, and T. Winograd, *The PageRank citation ranking: Bringing order to the web*, Technical Report, Comp. Sci. Dept., Stanford University, (1998).

marijuan@mat.uva.es

Ponente: AMANDA MONTEJANO IMAT-UNAM- Querétaro

Título: *Algunos resultados en teoría anti-Ramsey aritmética*

Hora: (M5) vie20 09:00-09:35

Resumen: Mientras la teoría de Ramsey se ocupa de estudiar la existencia de estructuras monocromáticas en universos coloreados, la teoría anti-Ramsey se ocupa de garantizar la existencia de estructuras multicolor (en la literatura llamadas *rainbow*). Dada una coloración de un conjunto X, decimos que un subconjunto $Y \subseteq X$ es *multicolor* si cada uno de sus elementos recibe un color diferente. Versiones aritméticas de esta teoría han sido estudiadas por Jungić, Fox, Mahdian, Nešetřil y Radoičić entre otros. Dichos autores han llamado *Rainbow Ramsey Theory* a la rama específica en que la existencia de estructuras multicolor se garantiza bajo ciertas condiciones en la densidad de las clases cromáticas [1], [2].

En términos generales nos interesa estudiar la "forma" de aquellas coloraciones que no contengan estructuras multicolor (llamaremos a estas coloraciones *libres–multicolor*, en inglés *rainbow–free*). Así pues, en vez de estudiar condiciones en el tamaño de las clases cromáticas para garantizar la existencia de estructuras multicolor, buscaremos describir todas las coloraciones libres–multicolor. En esta charla presentaremos tres resultados que siguen esta filosofía.

En el primero (trabajo conjunto con Oriol Serra [4]) damos una caracterización estructural de las coloraciones libre-multicolor en grupos abelianos de orden impar, con respecto a progresiones aritméticas de tres términos (equivalentemente, soluciones a la ecuación $x + y = 2z$). En el segundo (trabajo conjunto con Bernardo Llano [3]) estudiamos una caracterización estructural análoga en grupos cíclicos de orden primo, con respecto a soluciones de la ecuación lineal en tres variables $x + y = cz + d$. Finalmente, presentaremos algunos avances con respecto al estudio de soluciones multicolor en $\mathbb{Z}_p$ de ecuaciones lineales con cuatro variables.

[1] V. Jungić, J. Licht, M. Mahdian, J. Nešetřil, and R. Radoičić, *Rainbow Arithmetic Progressions and Anti-Ramsey Results*, Combinatorics, Probability and Computing **12** (2003), 599–620.

[2] V. Jungić, J. Nešetřil, and R. Radoičić, *Rainbow Ramsey Theory*, Integers: Electronic Journal of Combinatorial Number Theory **5(2)** (2005), A09.

[3] B. Llano and A. Montejano, *Rainbow–free colorings for $x + y = cz$ in Z_p*, To appear in Discrete Mathematics (2011), doi:10.1016/j.disc.2011.09.005.

[4] A. Montejano and O. Serra, *Rainbow–free three colorings in abelian groups*, Electronic Notes in Discrete Mathematics **34,1** (2009), 133–137 (long version, submitted).

Amanda@ma4.upc.edu

Ponente: DELIA GARIJO U. Sevilla

Título: *Contractors para flujos*

Hora: (M5) vie20 09:35-10:10

Resumen: Trabajo conjunto con Andrew Goodall y Jaroslav Nešetřil.

Los *contractors* para parámetros asociados a grafos fueron introducidos por Lovász y Szegedy [2] como una generalización de la regla de contracción y borrado del polinomio de Tutte y, en particular, del polinomio cromático y del polinomio de flujo. Concretamente, plantean el siguiente problema.

Sea G un grafo y G' el grafo resultante de identificar dos vértices no adyacentes u, v de G. El polinomio de Tutte de G' se puede expresar como una combinación lineal de los polinomios de Tutte de G y $G + uv$ (obtenido conectando u con v mediante una arista). ¿Qué otros parámetros de grafos tienen la propiedad de que el parámetro de G' se puede expresar como una combinación lineal del parámetro sobre grafos obtenidos a partir de G mediante operaciones simples? Un contractor permite al parámetro correspondiente tener esta propiedad.

Lovász y Szegedy [2] definen los contractors en el contexto de la teoría de álgebras de grafos iniciada por Freedman, Lovász y Schrijver [1], la cual se está desarrollando rápidamente acaparando gran interés. Presentan contractors para diversos parámetros como el número de emparejamientos perfectos, el polinomio de Tutte o el polinomio cromático. También demuestran que hay parámetros como el número de orientaciones eulerianas para los que no existe un contractor asociado, dejando abierto el caso de los flujos. En este sentido, comentan que no parece haber una construcción explícita simple de un contractor para el parámetro que cuenta el número de B-flujos de un grafo, siendo B un subconjunto de un grupo abeliano finito cerrado bajo inverso. En esta ponencia presentamos una construcción explícita. Destacaremos que el método es constructivo y es el resultado de una sorprendente aplicación de la transformada de Fourier a la relación de dualidad existente entre flujos y tensiones en grafos.

[1] M. Freedman, L. Lovász, and A. Schrijver, *Reflection positivity, rank connectivity and homomorphisms of graphs*, Journal of the American Mathematical Society **20** (2007), 37-51.

[2] L. Lovász and B. Szegedy, *Contractors and connectors in graph algebras*, Journal of Graph Theory **60** (2009), no. 1, 11-30.

dgarijo@us.es

Ponente: GUADALUPE RODRIGUEZ UAM- Azcapotzalco

Título: *Fórmulas de recursión para el cálculo del Polinomio de Tutte de Matroides*

Hora: (M5) vie20 10:10-10:45

Resumen: Esta presentación se divide en cuatro subtemas que corresponden a tres familias de matroides y las k-sumas, que permiten obtener un nuevo matroide a partir de dos matroides dados. Se presentan fórmulas recursivas y en algunos casos funciones generatrices, para calcular los polinomios de Tutte de las familias de los matroides que se estudian, las cuales tienen subfamilias de matroides gráficos, excepto los matroides catalanes que no son gráficos. Así para las mallas y los matroides serie-paralelo, puede verse este estudio como el de sus gráficas correspondientes.

1. Mallas o gráficas $L_{m,n}$.

   Una $malla$ $L_{m,n}$ es una gráfica conexa, plana con mn vertices, tal que todas sus caras son cuadrados, excepto una cara que es un polígono con $2(m+n)-4$ aristas; para m y n enteros y $m,n>1$. Se dán fórmulas recursivas para los polinomios de Tutte de las gráficas $L_{m,n}$ cuando $m=1$, $m=2$ y $m=3$.

2. Matroides de Catalán.

   Considérese el matroide $M_n = ([2n], \mathscr{B})$, donde $\mathscr{B} = \{X_c | c$ es un camino enrejado de $(0,0)$ a (n,n) PQ acotado $\}$. Los X_c son los soportes de las palabras c, asociadas a los caminos enrejados de $(0,0)$ a (n,n) PQ acotados. Si las cotas de los caminos enrejados son las rectas $y=0$ y $y=x$, al matroide M_n se le conoce como *matroide de Catalán*.

3. Matroides S-P.

   Los matroides *Serie-paralelo* (S-P) están caracterizados por no contener al matroide $M(K_4)$ como menor. Los matroides gráficos S-P son matroides gráficos construídos sobre gráficas S-P. El polinomio de Tutte de las gráficas SP se calcula directamente sobre las gráficas.

4. k-sumas de matroides.

   Sean M_1 y M_2 dos matroides binarios. Se presentan fórmulas recursivas para calcular la k-*suma* $M = M_1 \oplus_k M_2$ para $k=2,3$. Se usan como herramientas para obtener la fórmula de recursión, los conceptos de polinomio de Tutte punteado y bi-punteado.

rsmg@correo.azc.uam.mx