RSME-SMM-2012 17-20 ene 2012, Torremolinos

S18. Probabilidad. SALA M2

Coordinada por: **José Miguel Angulo**, U. Granada; **María Emilia Caballero**, IMUNAM-D.F..

PROGRAMA

mié18 18:00-18:40 →EUSTASIO DEL BARRIO TELLADO, U. Valladolid
Tasas de convergencia en problemas parciales de masa.

mié18 18:40-19:20 →RAMSÉS MENA CHAVEZ, IIMASS, UNAM, México DF
Distribuciones aleatorias basadas en pesos geométricos.

mié18 19:20-20:00 →LLUÍS QUER SARDANYONS, U. Autònoma Barcelona
Convergencia en ley para la ecuación del calor estocástica.

mié18 20:00-20:40 →JOSÉ LUIS PÉREZ, ITAM, México DF
Control óptimo con estrategias absolutamente continuas para procesos de Lévy espectralmente negativos.

jue19 11:30-12:10 →VÍCTOR RIVERO, CIMAT Guanajuato
Leyes cuasi-estacionarias y límites del tipo Yaglom para procesos de Markov autosimilares.

jue19 12:10-12:50 →MARÍA DOLORES RUIZ MEDINA, U. Granada
Una aproximación gaussiana a la multifractalidad.

jue19 12:50-13:30 →GERÓNIMO URIBE BRAVO, Instituto de Matemáticas, UNAM
Una representación tipo Lamperti de procesos de ramificación continua con inmigración.

jue19 13:30-14:10 →JOSEP VIVES, U. Barcelona
Una fórmula de Hull y White para un modelo de precios con volatilidad estocástica y saltos.

RESÚMENES

Ponente: EUSTASIO DEL BARRIO TELLADO — U. Valladolid

Título: *Tasas de convergencia en problemas parciales de masa*

Hora: (M2) mié18 18:00-18:40

Resumen: En esta charla consideramos una clase de *problemas parciales de masa*, en los que se permite modificar (recortar) una fracción de masa de una probabilidad con el objetivo de maximizar el ajuste a un patrón dado. Esta clase incluye el problema de transporte óptimo parcial de masa, en el que no es necesario transportar una parte de la masa, y también procedimientos de recorte, empleados a menudo en el análisis estadístico de datos para eliminar outliers en una muestra (los datos con menor ajuste a un cierto patrón). Esto conduce a una versión modificada (recortada) de la distribución original que está más cerca del patrón de referencia. Nos centramos en el caso de medidas empíricas y analizamos hasta qué punto la versión óptimamente recortada de la misma está más cerca del verdadero generador aleatorio en términos de tasas de convergencia.
Se tratará el caso de probabilidades en $\mathbb{R}^k$, midiendo el ajuste mediante métricas probabilísticas. Nuestra elección de métrica incluye el caso de métricas de coste de transporte, asociadas al problema de transporte óptimo parcial y la distancia de Kolmogorov. Mostramos que el transporte óptimo parcial produce una disminución drástica de los costes, en relación con el transporte completo clásico, sólo en dimensiones bajas. Por el contrario, para la distancia de Kolmogorov esta reducción se aprecia en cualquier dimensión.

[1] P.C. Álvarez-Esteban, E. del Barrio, J.A. Cuesta-Albertos, and C. Matrán, *Uniqueness and approximate computation of optimal incomplete transportation plans.*, Ann. Inst. Henri Poincaré - Probabilités et Statistiques **47** (2011), 358–375.

[2] E. del Barrio and C. Matrán, *Rates of convergence for partial mass problems.*, Probability Theory and Related Fields, to appear (2011).

[3] ______, *The empirical cost of optimal incomplete transportation.*, Submitted (2011).

tasio@eio.uva.es

Ponente: RAMSÉS MENA CHAVEZ — IIMASS, UNAM, México DF

Título: *Distribuciones aleatorias basadas en pesos geométricos*

Hora: (M2) mié18 18:40-19:20

Resumen: Se presenta una medida de probabilidad aleatoria construida mediante un modelo de muestreo de especies con pesos geométricos. Este modelo es considerablemente más simple que otros en la literatura, sin embargo es igualmente robusto y, en ocasiones, más adecuado para implementaciones reales. Se platicará sobre algunas propiedades, aspectos computacionales y aplicaciones en análisis de regresión, procesos estocásticos y modelos de mezcla no-paramétricos.

ramses@sigma.iimas.unam.mx

Ponente: LLUÍS QUER SARDANYONS U. Autònoma Barcelona

Título: *Convergencia en ley para la ecuación del calor estocástica*

Hora: (M2) mié18 19:20-20:00

Resumen: En muchas aplicaciones, a pesar de que la aleatoriedad que actúa sobre un determinado sistema no es ni *blanca* ni gaussiana, por lo general se justifica de alguna manera que los *inputs* aleatorios se pueden aproximar por un ruido gaussiano blanco. Ilustramos este hecho considerando la ecuación del calor estocástica unidimensional siguiente:

$$\frac{\partial U_n}{\partial t}(t,x) - \frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2}(t,x) = b(U_n(t,x)) + \theta_n(t,x), \quad (t,x) \in [0,T] \times [0,1], \tag{1}$$

con una cierta condición inicial y condiciones de contorno de tipo Dirichlet, donde se supone que la familia de procesos θ_n poseen trayectorias de cuadrado integrable y sus procesos integrales convergen a la hoja browniana.

Se establecen condiciones suficientes sobre θ_n para que la solución de (1) converja en ley, en el espacio de las funciones continuas, a la solución de una ecuación análoga donde se sustituye formalmente $\theta_n(t,x)$ por el ruido blanco espacio-tiempo. Para ello, primero se usa un funcional continuo adecuado de la convolución estocástica con el fin de reducir la prueba a la versión lineal de (1). En segundo lugar, se demuestra que la correspondiente familia de leyes es ajustada y se identifica la ley límite mostrando la convergencia de las distribuciones de dimensión finita.

Por otra parte, se considera el caso particular de dos familias de ruidos θ_n para las que nuestro resultado es válido. La primera de ellas se construye a partir de un proceso de Poisson en el plano y viene motivada por un resultado de Stroock, el cual establece que la familia de procesos $n\int_0^t (-1)^{N(n^2 s)}ds$, donde N es un proceso de Poisson estándar, converge en ley al movimiento browniano. La segunda familia se construye en términos de los núcleos asociados a la extensión del teorema de Donsker en el plano.

Estos resultados se han obtenido en colaboración con Xavier Bardina y Maria Jolis (Universitat Autònoma de Barcelona).

quer@mat.uab.cat

Ponente: JOSÉ LUIS PÉREZ ITAM, México DF

Título: *Control óptimo con estrategias absolutamente continuas para procesos de Lévy espectralmente negativos*

Hora: (M2) mié18 20:00-20:40

Resumen: Trabajo conjunto con Andreas E. Kyprianou y Ronnie Loeffen.

En los últimos años ha habido un interés renovado en el problema clásico de control de de Finetti [3] para el caso en el que la fuente subyacente de aleatoriedad es un proceso de Lévy espectralmente negativo. En particular un avance significativo fue dado en [6] donde se muestra que una condición natural y muy general sobre el proceso de Lévy subyacente, que permite proceder con el análisis de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman asociada, es que su medida de Lévy sea absolutamente continua, con densidad completamente monótona. En esta plática consideraremos el problema de control de de Finetti pero con la restricción de que las estrategias de control sean absolutamente continuas con respecto a la medida de Lebesgue. Este problema ha sido considerado por Asmussen y Taksar [1], Jeanblanc y Shiryaev [5] y Boguslavskaya [2] en el caso difusivo y por Gerber y Shiu [4] para el caso de un proceso de Cramér-Lundberg con distribución de saltos exponencial. Mostraremos lo robusto de la condición de que la medida de Lévy subyacente tenga una densidad completamente monóntona y estableceremos una estrategia óptima explícita para este caso que engloba los resultados mencionados anteriormente. La estrategia óptima explícita es la llamada estrategia de refracción.

[1] S. Asmussen and M. Taksar, *Controlled diffusion models for optimal dividend pay-out*, Insurance Math. Econom. **20** (1997), no. 1, 1–15.

[2] E. Boguslavaskaya, *Optimization problems in financial mathematics: Explicit solutions for diffusion models*, Ph.D. Thesis, University of Amsterdam, 2006.

[3] B. de Finetti, *Su un'impostazione alternativa della teoria collettiva del rischio*, Transactions of the XVth International Congress of Actuaries **2** (1957), 433-443.

[4] H. U. Gerber and E. S. W. Shiu, *On optimal dividend strategies in the compound Poisson model*, N. Am. Actuar. J. **10** (2006), no. 2, 76–93.

[5] M. Jeanblanc-Picqué and A.N. Shiryaev, *Optimization of the flow of dividends*, Russian Math. Surveys **50** (1995), 257-277.

[6] R. L. Loeffen, *On optimality of the barrier strategy in de Finetti's dividend problem for spectrally negative Lévy processes*, Annals of Applied Probability **18** (2008), no. 5, 1669-1680.

jose.perez@itam.mx

Ponente: VÍCTOR RIVERO CIMAT Guanajuato

Título: *Leyes cuasi-estacionarias y límites del tipo Yaglom para procesos de Markov autosimilares*

Hora: (M2) jue19 11:30-12:10

Resumen: En esta charla se presentan resultados sobre la existencia y caracterización de distribuciones cuasi-estacionarias y límites de Yaglom para procesos de Markov auto-similares positivos que tocan 0 en un tiempo finito casi seguramente. Por límites de Yaglom nos referimos a la existencia de una función determinista g y una medida de probabilidad no trivial ν tal que el proceso re-escalado por g y condicionado a no alcanzar el nivel 0, converge en distribución a ν. Si bien el estudio de existencia de leyes cuasi-estacionarias es relativamente fácil y se sigue de resultados conocidos sobre funcionales exponenciales de procesos de Lévy, el estudio de límites de Yaglom es bastante más complicado. Mostraremos que una condición necesaria y suficiente para la existencia de límites de Yaglom es que la ley del primer tiempo de llegada a 0 se encuentre en el dominio de atracción de una ley de extremos. Se darán condiciones necesarias y suficientes en términos de las características del proceso de Markov auto-similar para que su primer tiempo de llegada a 0 se encuentre en el dominio de atracción de una ley de extremos. Se verá que la ley obtenida como límite de Yaglom se encuentra caracterizada por una ecuación multiplicativa que da lugar a factorizaciones de la ley Exponencial, Beta o Pareto, respectivamente según la ley del primer tiempo de llegada a cero se encuentre en el dominio de atracción de una ley Gumbel, Weibull o Fréchet.
Esta charla se basa en un trabajo [1] elaborado en colaboración con Bénédicte Haas de la Universidad París Dauphine, Francia.

[1] Benedicte Haas and Víctor Rivero, *Quasi-stationary distributions and Yaglom limits of self-similar Markov processes*, preprint (2011).

riverovm@gmail.com

Ponente: MARÍA DOLORES RUIZ MEDINA U. Granada

Título: *Una aproximación gaussiana a la multifractalidad*

Hora: (M2) jue19 12:10-12:50

Resumen: Trabajo conjunto con J.M. Angulo y V.V. Anh.
La teoría de campos aleatorios gaussianos multifraccionarios permite la introducción de nuevas clases de modelos heterogéneos, en términos de la solución de ecuaciones en derivadas parciales, formuladas a partir de operadores pseudodiferenciales de orden variable. Los trabajos [2–4] proporcionan los elementos básicos y resultados fundamentales para la caracterización de esta clase de campos aleatorios, que extiende los procesos brownianos multifraccionario y sobre tiempo fractal. La teoría de espacios de Hilbert con núcleo reproductor constituye una herramienta clave en la derivación de los resultados mencionados. La condición de pseudodualidad permite obtener la factorización del operador de covarianza, bajo condiciones menos restrictivas que las usualmente asumidas (ver, por ejemplo, [1]). En [4] se extienden los resultados anteriores al caso de dominios fractales heterogéneos.
En este trabajo se investigan las propiedades de variación local cuadrática media de la traza, sobre un dominio compacto fractal heterogéneo, de la familia de campos aleatorios multifraccionarios mencionada. Como resultado fundamental, se deriva el exponente de Hölder funcional espacial asociado a dicha variación. A partir de este resultado, se concluye que la geometría fractal del dominio introduce un nivel de singularidad local proporcional al defecto fractal de dicho dominio. Estos resultados constituyen el punto de partida para la construcción de una familia de modelos que interpolen la fractalidad heterogénea y la multifractalidad, incrementando la singularidad de la dimensión local funcional del dominio.

[1] M.D. Ruiz-Medina, J.M. Angulo, and V.V. Anh, *Fractional generalized random fields on bounded domains*, Stochastic Analysis and Applications **21** (2003), 465-492.

[2] M.D. Ruiz-Medina, V.V. Anh, and J.M. Angulo, *Fractional generalized random fields of variable order*, Stochastic Analysis and Applications **22** (2004), 775-799.

[3] ———, *Multifractional Markov processes in heterogeneous domains*, Stochastic Analysis and Applications **29** (2010), 15-47.

[4] ———, *Random fields with multifractional regularity order on heterogenous fractal domains*, Stochastic Analysis and Applications, in press.

mruiz@ugr.es

Ponente: GERÓNIMO URIBE BRAVO Instituto de Matemáticas, UNAM

Título: *Una representación tipo Lamperti de procesos de ramificación continua con inmigración*

Hora: (M2) jue19 12:50-13:30

Resumen: En el modelo clásico de Galton-Watson con inmigración (GWI), los individuos de una población se reproducen independientemente de los demás pero con la misma distribución, además de que en cada generación van llegando inmigrantes independientemente de la dinámica poblacional pero con igual distribución de generación en generación.
Los procesos de ramificación continua con inmigración (CBI) son los posibles límites de procesos GWI que son acelerados y normalizados adecuadamente . En 1968, Lamperti enuncia que, en el caso sin inmigración, los CBI están en correspondencia con los procesos de Lévy sin saltos negativos a través de un cambio de tiempo. Basándonos en una relación simple entre la caminata por amplitud asociada a una genealogía discreta y los tamaños de sus generaciones sucesivas, damos una relación entre CBI y procesos de Lévy que generaliza a la sugerida por Lamperti. Discutiremos además algunas de las implicaciones de esta representación.
Trabajo en colaboración con Ma. Emilia Caballero y José Luis Pérez Garmendia.

gerouribe@gmail.com

Ponente: JOSEP VIVES U. Barcelona

Título: *Una fórmula de Hull y White para un modelo de precios con volatilidad estocástica y saltos*

Hora: (M2) jue19 13:30-14:10

Resumen: La fórmula de Black y Scholes presupone que el modelo del precio subyacente es el movimiento browniano geométrico, que en particular supone trayectorias continuas y volatilidad constante. Es bien conocido que uno de los principales desajustes del modelo de Black y Scholes respecto de la realidad es la llamada sonrisa o mueca de la volatilidad observada en los mercados, es decir, la volatilidad no parece ser constante. En modelos con volatilidad no constante pero determinista o con volatilidad aleatoria pero incorrelacionada con el precio subyacente, la fórmula de valoración de opciones se reduce a la fórmula de Black y Scholes cambiando la volatilidad instantánea por el promedio de las volatilidades futuras. Esta fórmula, llamada fórmula de Hull y White, permite valorar opciones previa simulación de la evolución futura de la volatilidad. Estos modelos son capaces de reproducir la sonrisa de la volatiliad pero no la mueca. Una buena presentación de estas ideas se encuentra en [4].

Suponer una volatiliad estocástica correlacionada con los precios nos lleva, mediante la introducción de la derivada de Malliavin, a una generalización de la fórmula de Hull y White en la que aparece un nuevo término dependiente de la correlación y de la derivada de Malliavin de la volatilidad. Ver [1]. La introducción de saltos en el modelo de precios permite aumentar la flexibilidad del modelo y mejorar su ajuste a las pronunciadas sonrisas o muecas que la volatilidad del precio de los derivados muestra en fechas cercanas al vencimiento. El estudio de este caso, para un modelo de saltos de Poisson se encuentra en [2]. Más compleja es la introducción de saltos según un modelo de Poisson en el proceso de volatilidad. La extensión de la fórmula anterior a este caso se encuentra en [3]. Requiere la introducción del cálculo de Malliavin para procesos de Lévy. Recientemente, en [5] hemos extendido la fórmula al caso de saltos segun un modelo general de Lévy y no sólo un modelo de Poisson compuesto, tanto para el precio como para la volatilidad.

[1] E. Alòs, *A generalization of the Hull and White formula with applications to option pricing approximation*, Finance and Stochastics **10(3)** (2006), 353 - 365.

[2] E. Alòs, J. A. León, and J. Vives, *On the short time behaviour of the implied volatility for jump-diffusion models with stochastic volatility*, Finance and Stochastics **11(4)** (2007), 571 - 589.

[3] E. Alòs, J. A. León, M. Pontier, and J. Vives, *A Hull and White formula for a general stochastic volatility jump-diffusion model with applications to study of the short time behaviour of the implied volatility*, Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis **2008**, no. ID 359142, 17 pages.

[4] J. P. Fouque, G. Papanicolaou, and K. R. Sircar, *Derivatives in Financial Markets with Stochastic Volatility*, Cambridge, 2000.

[5] H. Jafari and J. Vives, *A Hull and White formula for a Stochastic Volatility Lévy model*, Preprint (2012).

josep.vives@ub.edu