RSME-SMM-2012 17-20 ene 2012, Torremolinos

S19. Singularidades. SALA M0

Coordinada por: **José Ignacio Cogolludo**, U. Zaragoza; **Javier Fernández de Bobadilla**, CSIC; **Santiago López de Medrano**, UNAM.

PROGRAMA

jue19 15:00-15:40 →IGNACIO LUENGO, U. Complutense Madrid
Algunos avances en torno a la Conjetura Jacobiana para el plano.

jue19 15:40-16:20 →FUENSANTA AROCA, UNAM, Cuernavaca
SA.

jue19 16:20-17:00 →RICARDO URIBE, U. Bourgogne, Dijon, Francia
Puntos especiales de superficies lisas genéricas en el espacio de dimensión 3.

jue19 17:00-17:40 →SANTIAGO LÓPEZ DE MEDRANO, Instituto de Matemáticas, UNAM
Singularidades de funciones cuadráticas.

vie20 09:00-09:40 →JOSÉ IGNACIO COGOLLUDO, U. Zaragoza
Topología de curvas y teoría de números sobre cuerpos de funciones.

vie20 09:40-10:20 →JAWAD SNOUSSI, UNAM Cuernavaca
Equisingularidad en gérmenes de superficies complejas.

vie20 10:20-11:00 →DAVID MARÍN, U. Autónoma Barcelona
Clasificación topológica de gérmenes de foliaciones singulares en el plano complejo.

RESÚMENES

Ponente: IGNACIO LUENGO — U. Complutense Madrid
Título: *Algunos avances en torno a la Conjetura Jacobiana para el plano*
Hora: (M0) jue19 15:00-15:40
Resumen: Presentaremos algunos de los últimos avances en torno a la Conjetura Jacobiana en dimensión dos.
iluengo@mat.ucm.es

Ponente: FUENSANTA AROCA — UNAM, Cuernavaca
Título: *SA*
Hora: (M0) jue19 15:40-16:20
Resumen:
fuen@matcuer.unam.mx

Ponente: RICARDO URIBE — U. Bourgogne, Dijon, Francia
Título: *Puntos especiales de superficies lisas genéricas en el espacio de dimensión 3*
Hora: (M0) jue19 16:20-17:00
Resumen: Vamos a describir algunas propiedades estables de las superficies lisas genéricas de $\mathbb{R}^3$ (o $\mathbb{RP}^3$). En particular, las superficies lisas genéricas tienen tres tipos de puntos especiales aislados *inevitables*. A estos puntos se les puede atribuir un índice “+1” o “−1”, de manera geométrica.
Algunas combinaciones lineales de los índices de esos puntos son múltiplos de la característica de Euler de la superficie y/o de la característica de Euler de ciertas regiones de la superficie.
r.uribe-vargas@u-bourgogne.fr

Ponente: SANTIAGO LÓPEZ DE MEDRANO — Instituto de Matemáticas, UNAM
Título: *Singularidades de funciones cuadráticas*
Hora: (M0) jue19 17:00-17:40
Resumen: Consideraremos funciones $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^2$ homogéneas de grado 2, sus variedades de ceros $f^{-1}(0)$ y la intersección Y de éstas con la esfera unitaria. Estas funciones han aparecido en muchas áreas de las matemáticas y, por tratarse de los jets de grado dos de funciones $\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^2$ en sus puntos de rango 0, es de esperar que aparezcan en muchas más. Esbozaremos la demostración de que, genéricamente, la variedad Y es homeomorfa a una de las siguientes:

1. El haz tangente unitario a una esfera.
2. El producto de dos esferas.
3. El producto de tres esferas.
4. Una suma conexa de variedades, cada una de las cuales es el producto de dos esferas.

Para una función genérica dada se puede decir explícitamente a cuál de los casos corresponde y las dimensiones precisas de las esferas involucradas. De hecho, podemos decir que Y es **difeomorfa** a alguno de los cuatro tipos, con excepción de 3 casos particulares, todos de dimensión 4 y simplemente conexos, en los cuales es de esperarse que esto también sea cierto. Varios de los argumentos se extienden al caso de funciones $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^k$ con $k > 2$ dando lugar a muchas familias infinitas que tienen los mismos tipos topológicos que en el caso $k = 2$, pero la descripción de todos los casos genéricos presenta dificultades muy serias de orden combinatorio.

Este estudio fue iniciado por C.T.C. Wall ([2]) quien calculó la homología de Y en ciertos casos genéricos. Esto fue suficiente para su objetivo que era el de demostrar la inestabilidad topológica de los correspondientes gérmenes de funciones de rango 0. En [1] se avanzó al dar el tipo de difeomorfismo de Y esencialmente en los mismos casos tratados por Wall. La descripción anterior del tipo topológico de Y en todos los casos genéricos fue obtenida recientemente en un trabajo conjunto con Vinicio Gómez Gutiérrez.

[1] S. López de Medrano, *Topology of the intersection of quadrics in* $\mathbb{R}^n$, Lecture Notes in Mathematics **1370** (1989), 280–292.

[2] C.T.C. Wall, *Stability, pencils and polytopes*, Bull. London Math. Soc. **12** (1980), 401–421.

santiago@matem.unam.mx

Ponente: José Ignacio COGOLLUDO — U. Zaragoza

Título: *Topología de curvas y teoría de números sobre cuerpos de funciones*

Hora: (M0) vie20 09:00-09:40

Resumen: Presentaremos un resumen de los trabajos [1,2] en colaboración con E.Artal y A.Libgober. El objetivo de esta charla será poner en relación propiedades topológicas del complementario $X = \mathbb{CP}^2 \setminus C$ de una curva plana C con la existencia de morfismos de X sobre ciertos *orbifold* y la existencia de soluciones de ciertas ecuaciones funcionales de tipo

$$F_1 h_1^p + F_2 h_2^q = F_3 h_3^r. \tag{1}$$

En particular, dado $G = \pi_1(X)$ grupo fundamental de X, podemos asociar a cada epimorfismo $G \to \mathbb{Z}$ un polinomio denominado *polinomio de Alexander* de C. Sus ceros son raíces de la unidad y la multiplicidad de cada raíz tiene interpretación topológica en términos de números de betti de cubiertas finitas (cf. [5]).

Tradicionalmente se utiliza la existencia de morfismos de X en superficies de género ≥ 1 para estudiar propiedades topológicas de X. Nosotros proponemos el estudio de morfismos de X en orbifolds elípticos o tóricos que son cocientes de grupos algebraicos. La existencia de dichos morfismos permite deducir propiedades del polinomio de Alexander de X. Asimismo dichos morfismos permiten deducir la existencia de soluciones de ecuaciones funcionales del tipo (1) a las que denominaremos *relaciones quasi-tóricas* de C.

El conjunto de soluciones quasi-tóricas de C admite una estructura de grupo relacionada con el grupo de Mordell-Weil de cierta 3-variedad elíptica en el caso ellíptico o bien con el grupo de S-unidades en el caso tórico (cf. [4]). El rango de dichos grupos están asociados a la multiplicidad de las raíces del polinomio de Alexander. Esta interpretación se utiliza para demostrar la existencia de triples de Zariski en [3].

[1] E. Artal, J.I. Cogolludo-Agustín, and A. Libgober, *Depth of characters of curve complements and orbifold pencils*, Preprint available at `arXiv:1108.0164 [math.AG]` (2011).

[2] J.I. Cogolludo-Agustín and A. Libgober, *Mordell-Weil groups of elliptic threefolds and the Alexander module of plane curves*, Preprint available at `arXiv:1008.2018v2 [math.AG]` (2010).

[3] J.I. Cogolludo-Agustín and R. Kloosterman, *Mordell-Weil groups and Zariski triples*, Geometry and Arithmetic, Europ. Math. Soc., EMS Congress Reports, (C. Faber, G. Farkas and R. de Jong eds.). Also available at `arXiv:1111.5703 [math.AG]` (2011).

[4] M. Rosen, *S-units and S-class group in algebraic function fields*, J. Algebra **26** (1973), 98–108.

[5] M. Sakuma, *Homology of abelian coverings of links and spatial graphs*, Canad. J. Math. **47** (1995), no. 1, 201–224.

jicogo@unizar.es

Ponente: Jawad SNOUSSI — UNAM Cuernavaca

Título: *Equisingularidad en gérmenes de superficies complejas*

Hora: (M0) vie20 09:40-10:20

Resumen: Probamos que un germen de superficie compleja es Whitney regular a lo largo de su lugar singular si y solo si satisface el criterio discriminante de Zariski. Como consecuencia, una tal superficie tiene una normalización no singular. Daremos un ejemplo de superfice con este tipo de equisingularidad que no es Cohen-Macaulay.

jsnoussi@matcuer.unam.mx

Ponente: David MARÍN — U. Autónoma Barcelona

Título: *Clasificación topológica de gérmenes de foliaciones singulares en el plano complejo*

Hora: (M0) vie20 10:20-11:00

Resumen: Recordaremos algunas propiedades topológicas recientemente obtenidas en colaboración con Jean-François Mattei sobre singularidades de foliaciones holomorfas en el plano que nos permitirán introducir un nuevo invariante topológico que llamaremos monodromía. Nuestro resultado principal, que trata sobre la clasificación topológica de gérmenes de foliaciones satisfaciendo ciertas condiciones genéricas en cada clase de equisingularidad, afirma que dos tales foliaciones son topológicamente conjugadas si y sólo si existe una conjugación especial entre sus respectivas monodromías. Como corolario obtenemos una demostración de la conjetura de Cerveau-Sad sobre la invariancia topológica de la holonomía proyectiva.

davidmp@mat.uab.es