RSME-SMM-2012 17-20 ene 2012, Torremolinos

S23. Topología de Bajas Dimensiones. SALA M1

Coordinada por: **Juan González Meneses**, U. Sevilla; **Mario Eudave**, IMUNAM-D.F.

PROGRAMA

jue19 15:00-15:40 →JOSÉ CARLOS GÓMEZ-LARRAÑAGA, CIMAT
Categoría promediable de variedades tridimensionales.

jue19 15:40-16:20 →PEDRO M. GONZÁLEZ-MANCHÓN, U. Politécnica Madrid
Productos interiores en el álgebra de Hecke del grupo de trenzas y relaciones de madeja Homfly.

jue19 16:20-17:00 →GABRIELA HINOJOSA PALAFOX, U.A. del Estado de Morelos
Nudos cubulados.

jue19 17:00-17:40 →JUAN GONZÁLEZ-MENESES, U. Sevilla
Reconociendo representantes lexicográficos de trenzas positivas.

jue19 17:40-18:20 →MARIO EUDAVE-MUÑOZ, Instituto de Matemáticas, UNAM
Cubos con asas anudados.

vie20 09:00-09:40 →MARÍA TERESA LOZANO IMÍZCOZ, U. Zaragoza
Representaciones afines de nudos de dos puentes usando álgebras de cuaterniones.

vie20 09:40-10:20 →FABIOLA MANJARREZ-GUTIÉRREZ, CIMAT
Descomposición circular en asas para nudos en la 3-esfera.

vie20 10:20-11:00 →JOSÉ MARÍA MONTESINOS AMILIBIA, U. Complutense de Madrid
Un sorprendente grupo aritmético.

RESÚMENES

Ponente: JOSÉ CARLOS GÓMEZ-LARRAÑAGA CIMAT

Título: *Categoría promediable de variedades tridimensionales*

Hora: (M1) jue19 15:00-15:40

Resumen: Sea M una variedad cerrada de dimensión n. En 1983, M. Gromov llamó a un subconjunto abierto A de M *promediable* si para cada una de las componentes por trayectorias W de A, la imagen del grupo fundamental de W en el grupo fundamental de M es un grupo promediable. La categoría promediable de M es el mínimo número de subconjuntos abiertos promediables que son cubierta de M. Para variedades tridimensionales se tiene que esta categoría es menor o igual a cuatro. En esta dimensión caracterizamos las variedades que tienen categoría promediable uno, dos o tres. Por resultados de Gromov y el Teorema de Geometrización de Perelman se tiene que en particular, si M es orientable, la categoría promediable de M es menor o igual a tres, si y sólo si, M es una suma conexa de variedades grafo, es decir, M tiene norma de Gromov (o volumen simplicial) cero.
Trabajo en colaboración con Francisco González-Acuña y Wolfgang Heil.

jcarlos@cimat.mx

Ponente: PEDRO M. GONZÁLEZ-MANCHÓN U. Politécnica Madrid

Título: *Productos interiores en el álgebra de Hecke del grupo de trenzas y relaciones de madeja Homfly*

Hora: (M1) jue19 15:40-16:20

Resumen: En su breve artículo [1], Tamás Kálmán define un producto interior en el álgebra de Hecke del grupo de las trenzas y prueba, a través de una interesante relación con la Topología de Contacto, que el conjunto de las trenzas simples es una base ortonormal para este producto.
En esta charla presentaré una prueba algebraica de este hecho, dada por inducción sobre el *writhe* de la trenza, y basada en la relación de madeja Homfly y en propiedades de las trenzas simples.

[1] T. Kálmán, *Inner products on the Hecke algebra of the braid group*, Topology Appl. **158** (2011), no. 5, 643-646.

pedro.gmanchon@upm.es

Ponente: Gabriela Hinojosa Palafox U.A. del Estado de Morelos

Título: *Nudos cubulados*

Hora: (M1) jue19 16:20-17:00

Resumen: En esta plática, vamos a considerar nudos suaves de dimensión alta, *i.e.* esferas $\mathbb{S}^n$ suavemente encajadas en $\mathbb{R}^{n+2}$. En $\mathbb{R}^{n+2}$ tenemos la cubulación canónica $\mathscr{C}$ formada por traslaciones del cubo unitario de dimensión $(n+2)$. Consideremos la pregunta ¿Es posible deformar un nudo suave por una isotopía ambiente a un nudo contenido en el n-esqueleto de $\mathscr{C}$? En particular, una respuesta positiva a esta pregunta implica que los nudos pueden ser encajados como subcomplejos cúbicos de $\mathbb{R}^{n+2}$, lo cual implica el ya conocido teorema de que todo nudo suave puede ser PL triangulado. El problema de encajar un complejo cúbico abstracto en algún esqueleto de la cubulación estándar se remonta a los trabajos de S.P. Novikov. Muchos trabajos sobre este problema se han hecho desde entonces. La posibilidad de considerar un nudo como una variedad cúbica contenida en el n-esqueleto de la cubulación estándar de $\mathbb{R}^{n+2}$ tiene muchas ventajas. Por ejemplo, en el caso de nudos de dimensión uno, Matveev and Polyak empezaron la exposición de invariantes de tipo finito desde el punto de vista “cúbico” y describieron invariantes tales como invariantes polinomiales, invariantes de Vassiliev-Goussarov etc. Por lo que complejos cúbicos pueden jugar un rol importante para extender estos invariantes a nudos de dimensiones altas.

En esta plática, vamos a dar la demostración de que todo nudo suave puede ser continuamente deformado por una isotopía ambiente de $\mathbb{R}^{n+2}$ a un nudo contenido en el n-esqueleto $\mathscr{C}$.

Trabajo en conjunto con Margareta Boege y Alberto Verjovsky.

gabriela@uaem.mx

Ponente: Juan González-Meneses U. Sevilla

Título: *Reconociendo representantes lexicográficos de trenzas positivas*

Hora: (M1) jue19 17:00-17:40

Resumen: Una herramienta fundamental en el estudio de los grupos de trenzas es el submonoide de trenzas positivas. Es éste un monoide cancelativo con relaciones homogéneas, y admite un orden parcial de retículo que le confiere interesantes propiedades.

Gracias a este orden parcial, Deligne [1] obtuvo una fórmula para la función de crecimiento de dicho monoide, que permite calcular el número de trenzas positivas de una longitud dada. Con técnicas similares, hemos desarrollado un algoritmo eficiente para generar trenzas positivas aleatorias con distribución uniforme [2]. Este algoritmo genera palabras que representan trenzas positivas, y que son mínimas respecto del orden lexicográfico.

El estudio anterior nos ha permitido hallar un autómata de estado finito que reconoce los representantes lexicográficos mencionados, y que tiene el mínimo número posible de estados. Con esto demostramos que el número de estados necesario para reconocer dicho lenguaje crece exponencialmente respecto del número de cuerdas, por lo que no es eficiente usar métodos habituales de teoría de lenguajes para generar trenzas positivas aleatorias.

Trabajo en colaboración con Volker Gebhardt.

[1] P. Deligne, *Les immeubles des groupes de tresses généralisés*, Invent. Math. **17** (1972), 273-302.

[2] V. Gebhardt and J. Gonález-Meneses, *Generating random braids*, ArXiv (2011).

meneses@us.es

Ponente: Mario Eudave-Muñoz Instituto de Matemáticas, UNAM

Título: *Cubos con asas anudados*

Hora: (M1) jue19 17:40-18:20

Resumen: Un *cubo con asas anudado de género g* es un cubo con asas de género g encajado en la 3-esfera S^3. Dos cubos con asas anudados son equivalentes si uno puede ser tranformado en el otro por una isotopía ambiental de S^3. La teoría de cubos con asas anudados es una generalización de la teoría de nudos ordinaria. Para un cubo con asas anudado V, denotamos por $E(V) = S^3 - int\,V$ a su exterior. Decimos que un cubo con asas anudado V es n-compuesto si existe una esfera S en S^3 tal que $S \cap V$ consiste de n discos esenciales en V, y $S \cap E(V)$ consiste de una superficie plana incompresible y no paralela a una superficie en $\partial E(V)$. Se sabe que un cubo con asas anudado V de género 2 es 1-compuesto si y sólo si ∂V es compressible en $E(V)$. Un cubo con asas anudado V de género 2 tiene número de túneles 1, si existe un arco τ propiamente encajado en $E(V)$, tal que $E(V) - int\,N(\tau)$ es un cubo con asas de género 3, o dicho de otra manera, $E(V)$ tiene género de Heegaard 3. Probamos que un cubo con asas anudado de género 2 y número de túneles 1 es 2-compuesto (o sea, se puede expresar como una suma conexa de cosas más pequeñas), si y sólo si V pertenece a una de ciertas familias específicas de cubos con asas anudados. Esto generaliza resultados de Scharlemann y Morimoto sobre nudos y enlaces compuestos de número de túneles 1.

Trabajo en colaboración con Makoto Ozawa.

mario@matem.unam.mx

Ponente: María Teresa LOZANO IMÍZCOZ U. Zaragoza

Título: *Representaciones afines de nudos de dos puentes usando álgebras de cuaterniones*

Hora: (M1) vie20 09:00-09:40

Resumen: Hemos estudiado la variedad algebraica de representaciones afines de los grupos de nudos de dos puentes en álgebras de cuaterniones, dando un algoritmo para calcularla. Calculamos la representación asociada a cada punto de dicha variedad. Las álgebras de cuaterniones son los objetos idóneos para unificar el estudio de algunas geometrías tridimensionales. Los cuaterniones puros forman un espacio vectorial tridimensional dotado de una forma bilineal: la norma. Son casos particulares interesantes el espacio Euclídeo y el de Minkowski. Por tanto, en particular, este estudio permite conocer todas la representaciones de un nudo racional en el espacio Euclídeo y en el espacio de Minkowski.
Trabajo realizado en colaboración con H. Hilden y J.M. Montesinos-Amilibia.

[1] H. Hilden, M. T. Lozano, and J. M. Montesinos-Amilibia, *On representations of 2-bridge knot groups in quaternion algebras (arXiv:1001.3546 [math.GT])*, Journal on Knot Theory and its Ramifications **20** (October 2011), no. 10, 1419-1483.

tlozano@unizar.es

Ponente: Fabiola MANJARREZ-GUTIÉRREZ CIMAT

Título: *Descomposición circular en asas para nudos en la 3-esfera*

Hora: (M1) vie20 09:40-10:20

Resumen: Una descomposición circular en asas para el exterior de un nudo se obtiene al considerar la descomposición en asas inducida por una funcion de Morse $f : E(K) \to S^1$. Dicha descomposición contiene superficies de Seifert para el nudo. Estas superficies adquieren propiedades interesantes cuando “simplificamos” las descomposiciones circulares. Tales propiedades tambien se conservan al tomar la suma conexa de dos nudos, bajo ciertas circunstancias. El concepto de descomposición circular para un nudo está intimamente ligado a los conceptos de número de Morse-Novikov y de número de asas.

fabireva@gmail.com

Ponente: José María MONTESINOS AMILIBIA U. Complutense de Madrid

Título: *Un sorprendente grupo aritmético*

Hora: (M1) vie20 10:20-11:00

Resumen: Mostraré ejemplos de 3-variedades cónicas de ángulo $2\pi/q$, q racional no entero en torno a un nudo con holonomía hiperbólica discreta y además aritmética. Esto abre el camino a interesantes preguntas.
Trabajo en colaboración con H. Hilden y M. T. Lozano.

montesin@mat.ucm.es