EXAMEN
Fundamentos de Ingeniería Eléctrica
Curso 2º Febrero de 2013

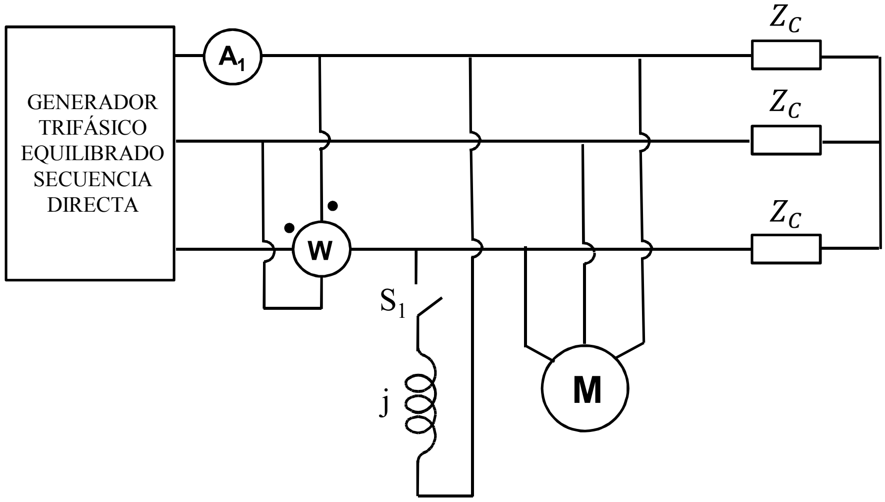
,

Apellidos ***Nombre***

PROBLEMA 3 (Mario Durán)

El generador trifásico equilibrado de secuencia directa de la figura proporciona una tensión de línea de 400 V y alimenta, con el interruptor S_1 abierto, una carga trifásica en estrella C de impedancia por fase $Z_C = 1 + j\ \Omega$ y otra carga trifásica M que a 380 V (tensión de línea) consume 52,632 kW con un $cos\varphi$=0.8 inductivo.

a) Indicar las lecturas del amperímetro y vatímetro de la figura. (40%)
b) Si se cierra el interruptor S_1, indicar las nuevas lecturas del amperímetro y vatímetro de la figura. (40%)
c) Calcular la capacidad de los condensadores que conectados en estrella en paralelo con la cargas C y M hace que el factor de potencia del generador sea 0.95 inductivo. (20%)



Solución:

a)

Método 1

Si la potencia activa de la carga M es $P_M = 52632\ W$, su potencia reactiva nominal es:

$$Q_M = P_M \cdot tg(cos^{-1}0.8) = 39474\ var$$

Siendo la potencia compleja nominal $S_M = 52632 + 39474\text{j}$, la impedancia en estrella equivalente de la carga M es:

$$\mathrm{Z_M} = \frac{\mathrm{V_L^2}}{S_M^*} = \frac{380^2}{5263.2 - 3947.4\text{j}} = 1.756 + 1.317\text{j}$$

Considerando el equivalente por fase del circuito se puede obtener la impedancia equivalente Z_{CM} haciendo el paralelo de las impedancias de la cargas C y M:

$$\mathrm{Z_{CM}} = \frac{Z_C \cdot Z_M}{Z_C + Z_M} = 0.6425 + j0.5748 = 0.8621\lfloor 41.81°$$

Y la potencia compleja que consume el conjunto CM es:

$$S = \left(\frac{V_L^2}{Z_{CM}}\right)^* = \left(\frac{400^2}{0.6425 + j0.5748}\right)^* = 13832 + j12374 = 18559\lfloor 41.81°$$

Las intensidades de línea de dicho conjunto CM son:

$$I_L = \frac{S}{V_L\sqrt{3}} = \frac{18559}{400\sqrt{3}} = 267.87$$

Puesto que el vatímetro mide potencia reactiva entre $\sqrt{3}$ (método de un vatímetro), las lecturas del amperímetro y vatímetro son 267.87 y 71441 respectivamente.

<u>Método 2</u>

Alternativamente se puede resolver calculando la potencia activa y reactiva que realmente consume la carga M:

$$P_M = 52632\left(\frac{400^2}{380^2}\right) = 58318\ W$$
$$Q_M = P_M \cdot tg(cos^{-1}0.8) = 43739\ var$$

Y la potencia activa y reactiva de la carga C:

$$I_C = \frac{400/\sqrt{3}\lfloor 0}{1 + j} = 163.3\lfloor -45°$$
$$P_C = 3 \cdot 1 \cdot 163.3^2 = 80000\ W$$
$$Q_C = 3 \cdot 1 \cdot 163.3^2 = 80000\ var$$

Haciendo balance de potencias se tiene la potencia activa, reactiva y aparente de las cargas M y C:

$$P_{CM} = P_C + P_M = 138318\ W$$
$$Q_{CM} = Q_C + Q_M = 123739\ var$$
$$S_{CM} = \sqrt{P_{CM}^2 + Q_{CM}^2} = 18559\ VA$$
$$\varphi_{CM} = tg^{-1}(Q_{CM}/P_{CM}) = 41.81°$$

Y de la potencia aparente se obtiene la corriente total que mide el amperímetro A_1:

$$I_L = \frac{S}{V_L\sqrt{3}} = \frac{18559}{400\sqrt{3}} = 267.87$$

Puesto que el vatímetro mide potencia reactiva entre $\sqrt{3}$ (método de un vatímetro), las lecturas del amperímetro y vatímetro son 267.87 y 71441 respectivamente.

<u>Método 3</u>

Alternativamente se puede resolver calculando la corriente de la carga C:

$$I_C = \frac{400/\sqrt{3}\lfloor 0}{1 + j} = 163.3\lfloor -45°$$

Y la corriente de la carga M:

$$I_M = \frac{400/\sqrt{3}\lfloor 0}{1.756 + 1.317j} = 105.21\lfloor -36.87°$$

Y sumar los dos fasores de corriente:

$$I_{CM} = I_C + I_M = 267.87\lfloor -41.81$$

Calculando finalmente las potencias reactivas de ambas cargas y sumando se tiene:

$$Q_C = 3 \cdot 1 \cdot 163.3^2 = 80000\ var$$
$$Q_M = 3 \cdot 1.317 \cdot 105.21^2 = 43739\ var$$
$$Q_{CM} = Q_C + Q_M = 123739\ var$$

Puesto que el vatímetro mide potencia reactiva entre $\sqrt{3}$ (método de un vatímetro), las lecturas del amperímetro y vatímetro son 267.87 y 71441 respectivamente.

b) La corriente de la carga monofásica es:

$$I_{AC}^{mono} = \frac{U_{AC}}{j} = \frac{400\lfloor -30°}{1\lfloor 90°} = 400\lfloor -120°$$

Y la corriente total de la fase A es:

$$I_A = I_{AC}^{mono} + I_A^{CM} = 400\lfloor -120° + 267.87\lfloor -41.81° \approx 525\lfloor -90°$$

Por tanto la lectura del amperímetro es 525. Para la lectura del vatímetro hay que calcular la corriente I_C:

$$I_C = -I_{AC}^{mono} + I_C^{CM} = -400\lfloor -120° + 267.87\lfloor 78.19° \approx 659.8\lfloor 67.3°$$

Considerando que $U_{AB} = 400\lfloor 30$, la lectura del vatímetro es:

$$\boxed{W} = |U_{AB}||I_C| cos\{\widehat{U_{AB}, I_C}\} = 400 \cdot 659.8 \cdot cos\{67.3 - 30\} = 210\ kvar$$

c) Si S_1 está abierto las únicas cargas que consumen potencia son las cargas C y M, que del apartado a) tenemos:

$$P_{CM} = P_C + P_M = 138318\ W$$
$$Q_{CM} = Q_C + Q_M = 123739\ var$$
$$S_{CM} = \sqrt{P_{CM}^2 + Q_{CM}^2} = 18559\ VA$$
$$\varphi_{CM} = tg^{-1}(Q_{CM}/P_{CM}) = 41.81°$$

Puseto que los condensadores únicamente aportan potencia reactiva, la potencia activa total seguirá siendo 138.318 kW y la reactiva total para alcanzar un factor de potencia de 0.95 inductivo es:

$$Q_T = P_T \cdot tg(cos^{-1}0.95) = 45463\ var$$

El valor absoluto de la potencia reactiva que debe aportar cada uno de los condensadores es:

$$|Q_{cond}| = \frac{Q_{CM} - Q_T}{3} = 26092\ var = C\omega V^2$$

Donde V es la tensión a la que están sometidos los condensadores. Al estar conectados en estrella, esa tensión es $400/\sqrt{3}$. Considerando una frecuencia de 50 Hz y despejando se tiene una capacidad de los condensadores de:

$$C = 1.6\, mF$$

Alternativamente se puede usar directamente la expresión de la compensación y obtener:

$$C = \frac{(P/3) \cdot (tg\varphi - tg\varphi')}{2\pi f V_F^2} = \frac{P \cdot (tg\varphi - tg\varphi')}{2\pi f V_L^2} = 1.6\, mF$$